



Laboratoire d'Economie Appliquée de Grenoble

**PÔLE DE COMPÉTITIVITÉ, SPILLOVERS ET COOPÉRATION R ET D**

**(Version révisée – juillet 2012)**

**IRITIÉ Jean-Jacques**

**- Juillet 2012 -**

**JEL CODES : L00 ; O25 ; O31 ; R00**

**Working Paper GAEL ; 2012-05**



Institut National de la Recherche Agronomique - Université Pierre Mendès France  
Unité Mixte de Recherche 1215  
Domaine Universitaire - BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9  
Tél. : 33 (0) 4 76 82 54 40 - Fax : 33 (0) 4 76 82 54 55  
E-mail : [vertier@grenoble.inra.fr](mailto:vertier@grenoble.inra.fr) - <http://www.grenoble.inra.fr>



# Pôle de Compétitivité, Spillovers et Coopération R&D\*

Jean-Jacques Iritié<sup>†</sup>

(Première version : Février 2011 ; cette version : Juillet 2012)

## Résumé

Les pôles de compétitivité, basés sur le modèle des clusters, sont au coeur de la nouvelle politique industrielle française. Ils ont pour objet de favoriser un environnement propice à l'innovation à fort potentiel technologique, moteur de croissance économique. L'objectif de ce papier est d'analyser les effets de ce dispositif industriel sur les incitations à innover des firmes et sur la performance de la coopération R&D. Pour ce faire, nous développons un modèle de duopole dans lequel les firmes coopèrent en R&D mais sont en concurrence sur le marché du produit final. Ces firmes sont co-localisées sur un même territoire avec d'autres firmes innovantes. Le modèle intègre explicitement les spillovers localisés et la capacité d'absorption des firmes. Après résolution analytique et simulation par résolution numérique des niveaux d'investissement en R&D à l'équilibre en absence et en présence de pôle, nous montrons que le pôle crée une incitation informationnelle à l'innovation et améliore le bien-être social. On montre aussi que l'appartenance commune au pôle renforce les incitations des firmes à coopérer en R&D et à innover. Enfin, les résultats montrent que les pôles peuvent conduire à des situations inattendues du point de vue des objectifs de la politique, notamment à des risques de monopolisation du marché se prolongeant au delà de la période de coopération en R&D.

*Keywords* : pôle de compétitivité, externalités, coopération en R&D, capacité d'absorption, incitation informationnelle.

*JEL classification* : L00 ; O25 ; O31 ; R00

## 1 Introduction

Les nouvelles formes d'organisation des systèmes productifs qui émergent de plus en plus dans les pays industrialisés se fondent sur l'économie de la connais-

---

\*Je remercie Éric Avenel pour ses remarques et commentaires stimulants. Je remercie Pascal Billant et Christophe Bravard qui ont discuté ce papier lors des 5ème Journées « Economie et Espace » au GATE Lyon. Je remercie aussi Michel Trommeter et Mireille Matt du laboratoire GAEL pour leurs commentaires.

<sup>†</sup>UMR GAEL-INRA et Université de Grenoble. Contacts: *email*:jean-jacques.iritie@grenoble.inra.fr

sance (Blanc, 2004). De ce fait, et en conformité avec la stratégie de Lisbonne, la France a initié en 2004 une nouvelle politique industrielle basée sur les pôles de compétitivité. La politique des pôles de compétitivité s'inspire du modèle des clusters (Porter, 1990) et a pour objectif de créer de la compétitivité et de la croissance par la recherche et l'innovation. Pour ce faire, elle place la coopération en R&D au coeur de sa stratégie en favorisant le développement des projets R&D collaboratifs entre entreprises, institutions de recherche et institutions de formation. Le discours politique justifie cet intérêt porté à la coopération R&D en s'appuyant sur les résultats de la littérature sur l'économie de l'innovation. En effet, les travaux pionniers en économie de la recherche et l'innovation, notamment ceux de Arrow (1962), Loury (1979), Lee et Wilde (1979), Kline et Rosenberg (1986), Dasgupta et Stiglitz (1980) ont montré la nécessité pour les acteurs de l'innovation de coordonner leurs connaissances du fait des incertitudes et des externalités de connaissances qui caractérisent le marché de l'innovation ; lesquelles incertitudes et externalités désincitent les firmes à investir en R&D.

Pour inciter à l'innovation, plusieurs mécanismes sont utilisés dont la coopération *ex-ante* en R&D. En effet, depuis bientôt deux décennies, une vague d'études sur la coopération en R&D entre firmes, notamment d'Aspremont et Jacquemin (1988, 1990), Suzumura (1992), Katz (1986), De Bondt (1997), Kamien et Zang (2000), Miyagiwa et Ohno (2002) montrent de manière générale qu'en présence d'un niveau important d'externalités de connaissance, la coopération R&D au stade pré-concurrentiel est socialement profitable dans les industries innovantes. Elle permet d'internaliser les externalités, d'accroître le niveau de dépenses R&D des firmes ainsi que de leurs profits. De ce fait, les externalités de connaissance présentées dans la théorie néoclassique comme une défaillance de marché de l'innovation (Arrow, 1962), ne sont plus nécessairement considérées comme néfastes. Elles sont plutôt perçues comme un facteur de production dont il faut mesurer l'impact. L'analyse de leurs effets dans la coopération est d'autant plus intéressante dans le cas des clusters innovants que ceux-ci favorisent la polarisation et l'intensification des externalités de connaissances (Acs *et al.*, 1994; Jaffe, 1989; Jaffe *et al.*, 1993; Audretsch et Vivarelli, 1994; Feldman et Florida, 1994; Audretsch et Feldman, 1996; Almeida et Kogut, 1999; Audretsch et Feldman, 2004). En effet, l'intérêt porté par les pouvoirs publics aux clusters R&D comme stratégie principale des politiques industrielles d'innovation est certes lié aux succès de l'innovation, notamment dans le domaine de hautes technologies (Baptista, 1996), mais est particulièrement lié aux économies externes que réalisent les firmes agglomérées (Marshall, 1920; Krugman, 1991; Porter, 2000).

L'objectif de ce chapitre est d'analyser formellement les effets des pôles de compétitivité sur les incitations à innover des firmes en relation de coopération R&D ainsi que sur la performance de la coopération en R&D. Autrement dit, la coopération R&D au sein des pôles est-elle préférable (individuellement et socialement) à la coopération R&D en dehors des pôles ?

Pour tenter de répondre à ces questionnements, nous développons un modèle dans lequel les firmes coopèrent en R&D mais sont en concurrence sur le marché du produit final. On suppose que les firmes ne reçoivent pas de financement public dans leurs activités de R&D. Le modèle est globalement inspiré du travail pionnier de d'Aspremont et Jacquemin (1988) et particulièrement de Kamien et Zang (2000). L'originalité de notre travail repose sur le fait que, en plus de la capacité d'absorption des firmes, nous intégrons l'aspect localisé des externalités. Ainsi, le duopole coopératif co-localisé sur un même territoire avec d'autres firmes innovantes, bénéficie à la fois des externalités pécuniaires, des externalités de connaissances liées à la coopération et des externalités de connaissances non liées à la coopération.

Le modèle est développé sous forme de jeu en deux étapes : à la première étape, les deux firmes coordonnent leurs décisions d'investissement en R&D pour réduire leurs coûts marginaux de production ; à la seconde étape, elles rentrent en concurrence sur le marché du produit final. Nous simulons et comparons par résolution numérique les niveaux d'investissement en R&D à l'équilibre coopératif pour les deux situations suivantes : absence de pôle de compétitivité (i.e. marché pur) et présence de pôle de compétitivité. Nos principaux résultats sont : le pôle crée une incitation informationnelle à l'innovation et améliore le bien-être social ; il améliore aussi la performance de la coopération. Autrement dit, l'appartenance commune au pôle renforce les incitations des firmes à coopérer en R&D et à innover. Enfin, les résultats montrent que les pôles peuvent conduire à des situations inattendues du point de vue des objectifs des pôles (risque de monopolisation du marché se prolongeant au delà de la période de coopération en R&D).

Le reste de l'article est structuré de la manière suivante : dans la section (2), nous modélisons les externalités localisées. Dans la section (3), nous proposons et caractérisons une forme fonctionnelle de l'effort effectif de R&D des firmes. Dans la section (4), nous développons et résolvons analytiquement le jeu et simulons numériquement les différents équilibres. Dans la section (5), nous analysons, à proprement parlé, les effets des pôles sur les incitations des firmes à innover. Dans la section (6), nous abordons l'approche normative au regard de l'optimum social avant de finir par la discussion de nos résultats à la section (7).

## 2 Externalités localisées

Les firmes se co-localisent pour bénéficier, entre autres, d'économies externes localisées (Marshall, 1920). On distingue en général deux types d'externalités ou de spillovers<sup>1</sup> : les externalités pécuniaires et les externalités de connaissance ou technologiques (Scitovsky, 1954). Notre objectif dans cette section est de formaliser ces économies externes dans le cas de firmes co-localisées et engagées dans des activités de R&D.

### *Externalités pécuniaires*

Les externalités pécuniaires renvoient aux bénéfiques des interactions qui se concrétisent au travers des mécanismes habituels du marché. Elles permettent aux firmes co-localisées d'accéder aux inputs à des coûts inférieurs à ceux des firmes localisées ailleurs. On distingue deux types d'externalités pécuniaires, les externalités liées à l'activité économique locale générale et celles liées à la présence de firmes de même base scientifique ou opérant dans le même domaine.

Les externalités liées à l'activité économique locale générale telles que les infrastructures locales de transfert technologique peuvent devenir défavorables en cas d'effets de congestion tel que la pollution ou la congestion urbaine. Soit  $\mathbb{I} = \{1, \dots, n\}$  l'ensemble des firmes co-localisées sur un territoire donné et notons  $\theta_0(n) > 0$  la mesure de ces externalités pour chaque firme appartenant à  $\mathbb{I}$ . On pose l'hypothèse suivante :

**Hypothèse 1.** *Il existe un seuil  $\bar{n}$  tel que pour tout  $n \leq \bar{n}$ ,  $\frac{\partial \theta_0}{\partial n} \geq 0$  et pour tout  $n > \bar{n}$ ,  $\frac{\partial \theta_0}{\partial n} < 0$ .*

Les externalités pécuniaires liées à la présence d'autres firmes innovantes utilisant les mêmes bases scientifiques ou opérant dans le même domaine sont, par exemple, le partage d'inputs, d'infrastructures communes et de compétences spécialisées entre les firmes de connaissances mutuellement pertinentes. Ce partage engendre une baisse du coût d'usage des inputs et des coûts d'appariement offre/demande de la main d'oeuvre sur le marché local (Fujita *et al.*, 2001; Duranton et Puga, 2004).

Pour modéliser ces externalités, distinguons l'ensemble des  $n$  firmes co-localisées en deux groupes, celles dont les connaissances sont mutuellement pertinentes et les autres. Soit  $\alpha \in [0, 1]$  la part des firmes innovantes de connaissances mutuellement pertinentes. Pour simplifier, on ne distingue pas des degrés

---

1. Dans tout le papier, nous utiliserons le terme externalité plutôt que spillovers, bien que nous utilisons *spillovers* dans le titre du chapitre

intermédiaires de pertinence. Soit  $\theta_1(m) > 0$  la mesure de ces externalités pour une firme pertinente, avec  $m = \alpha.n$  le nombre total de firmes pertinentes. De même ici, il peut y avoir des effets de congestion tels que la hausse des salaires des travailleurs qualifiés. On pose l'hypothèse suivante :

**Hypothèse 2.** *Il existe un seuil  $\bar{m}$  tel que pour tout  $m \leq \bar{m}$ ,  $\frac{\partial \theta_1}{\partial m} \geq 0$  et pour tout  $m > \bar{m}$ ,  $\frac{\partial \theta_1}{\partial m} < 0$ .*

*Remarque 1.* On n'a pas nécessairement  $\alpha.\bar{n} = \bar{m}$ .

### *Externalités de connaissances*

Les activités d'innovation localisées donnent lieu à des externalités de connaissances localisées. Chacune des  $m$  firmes pertinentes bénéficient des effets des externalités de connaissances provenant de l'activité des autres firmes pertinentes engagées en R&D. Lorsque deux firmes innovantes pertinentes sont engagées dans un coopération en R&D, elles bénéficient en sus d'externalités de connaissance liées spécifiquement à cette relation de coopération. Notons  $\beta$  le paramètre (exogène) représentant l'intensité des externalités de connaissance liée à cette coopération, avec  $0 \leq \beta \leq 1$  et  $\gamma$  l'intensité des externalités de connaissance (relativement à  $\beta$ ) en provenance des  $(m - 2)$  firmes pertinentes non coopérantes, avec  $0 \leq \gamma \leq 1^2$ . Chacune des deux partenaires de la coopération en R&D bénéficie donc à la fois de  $\beta$  et de  $\gamma$ .

Dans la littérature sur l'innovation technologique telle que d'Aspremont et Jacquemin (1988) et Kamien et Zang (2000), on interprète de manière classique  $\beta$  comme une mesure du niveau d'appropriation des résultats des activités de R&D. Ainsi, une valeur élevée de  $\beta$  peut signifier soit une imperfection du mécanisme de la propriété intellectuelle face aux imitateurs, soit une forte divulgation des résultats des R&D. Dans une relation de coopération en R&D, il est plus commode de l'interpréter comme l'intensité du partage (volontaire) d'information.

Quant à  $\gamma$ , il revêt une importance capitale dans la mesure où il rend compte de l'impact de l'émergence des pôles de compétitivité sur les externalités de connaissance. En effet, selon les pouvoirs publics, l'émergence des pôles de compétitivité devrait permettre, entre autres, d'activer les relations de coopération entre les firmes co-localisées qui s'ignoraient totalement et/ou d'intensifier les échanges

---

2. L'inégalité  $\gamma \leq 1$  implique que les externalités de connaissance entre les firmes en coopération sont plus intenses que celles qui proviennent des  $(m - 2)$  firmes pertinentes non coopérantes. Certains auteurs comme Matt (2000) qualifie  $\beta$  d'externalités de connaissance volontaires et  $\beta\gamma$  d'externalités de connaissance involontaires.

d'information technologiques entre les celles qui interagissaient moins. Pour tenir compte de l'accroissement des échanges d'informations et de la fréquence des rencontres entre acteurs qu'impliquent les pôles, nous modélisons l'émergence de pôle de compétitivité comme un accroissement du paramètre  $\gamma$ . En d'autres termes, nous supposons que le pôle permet aux deux firmes en coopération R&D d'échanger plus d'informations avec les  $(m - 2)$  autres firmes avec qui elles ne collaborent pas.

### 3 Effort effectif de R&D

L'activité d'innovation des  $m$  firmes pertinentes donne lieu à des externalités de connaissance. Cependant, pour bénéficier des externalités de connaissance en provenance des autres, chaque firme doit disposer d'une capacité d'absorption. Cohen et Levinthal (1989)<sup>3</sup> définissent la capacité d'absorption d'une firme comme sa capacité à reconnaître, assimiler et exploiter le flux de nouvelles informations provenant de l'extérieur. Plus la capacité d'absorption de la firme est grande, plus les externalités ont d'effet sur son activité d'innovation.

Nous supposerons, à l'instar de Kamien et Zang (2000), Wiethaus (2005) et de Leahy et Neary (2007), que la capacité d'absorption des firmes est limitée. Autrement dit, une firme innovante ne peut absorber qu'une partie des connaissances produites par les autres firmes innovantes.

Reprenons notre exemple précédent des deux firmes pertinentes en coopération R&D. Nous les appelons firmes  $i$  et  $j$  et supposons qu'elles investissent respectivement  $x_i$  et  $x_j$  en R&D. Chaque firme bénéficie de deux sources d'externalités de connaissances : celles provenant de la firme coopérante et celles en provenance des  $(m - 2)$  firmes restantes avec lesquelles elle ne coopère.

On suppose par ailleurs que chaque firme est caractérisée par un facteur d'apprentissage  $\delta_k$ , avec  $0 \leq \delta_k \leq 1$ ,  $k = i, j$ , mesurant sa difficulté à apprendre et absorber les connaissances extérieures. Lorsque  $\delta_k = 0$ , la firme ne présente aucune difficulté à apprendre et donc à absorber les connaissances extérieures ; lorsque  $\delta_k = 1$ , la firme est incapable d'apprendre et d'absorber les connaissances extérieures.

---

3. Cohen et Levinthal (1989, 1990) soutiennent que les firmes investissent en R&D pour deux raisons : améliorer leur profitabilité et pour accroître leur capacité d'absorption des connaissances extérieures. Autrement dit, si l'on admet à la suite de Arrow (1962) que l'innovation (ou la connaissance produite) n'est pas parfaitement appropriable par l'innovateur, on comprend cependant qu'elle n'est pas libre d'accès pour les autres firmes. En effet, la capacité d'absorption apparaît comme un « coût » pour bénéficier des externalités de connaissances.

Ainsi, pour la firme  $i$  par exemple, la prise en compte explicite de ces deux sources d'externalité de connaissance et de sa capacité d'absorption dans son activité de R&D nous amène à considérer son effort effectif de R&D. Soit  $X_i$  l'effort effectif R&D de la firme  $i$ . Implicitement,

$$X_i = X_i(x_i, x_j, \bar{x}, \beta, \gamma, \delta_i) \quad (1)$$

avec  $x_i$  et  $x_j$  représentant respectivement l'effort propre de R&D de la firme  $i$  et l'effort propre de R&D de la firme  $j$ ;  $\bar{x}$  représente l'effort de R&D (supposé exogène) de chacune des  $(m - 2)$  firmes avec lesquelles la firme  $i$  ne coopère pas en R&D.  $\beta$  est un paramètre exogène qui représente l'intensité des externalités de connaissance ou l'intensité des échanges d'information entre la firme  $i$  et la firme  $j$ ;  $\gamma$  est l'intensité des externalité de connaissance en provenance des  $(m - 2)$  firmes pertinentes avec lesquelles les firmes  $i$  et  $j$  ne coopèrent pas.

Pour simplifier la présentation, nous écrivons  $X_i \equiv X_i(x_i, x_j)$ , toutes choses égales par ailleurs. On pose l'hypothèse suivante :

**Hypothèse 3.**  $X_i(x_i, x_j)$  est de classe  $C^2$ , concave en  $x_i$ , inférieur au coût marginal de production de la firme  $i$ , et tel que pour tout  $x_i \geq 0$  et  $x_j \geq 0$  :

- (i).  $X_i(0, x_j) = 0$  et  $X_i(x_i, 0) \geq x_i$
- (ii).  $\frac{\partial X_i(x_i, x_j)}{\partial x_i} > 0$  et  $\frac{\partial X_i(x_i, x_j)}{\partial x_j} > 0$ .

Le point (i) suppose que la firme  $i$  doit être nécessairement engagée dans une activité de R&D pour bénéficier des externalités de connaissance en provenance des autres firmes co-localisées. Il traduit aussi le fait que la firme  $i$  peut bénéficier d'externalités de connaissance des autres firmes pertinentes avec lesquelles elle ne coopère pas directement. Le point (ii) suppose que l'effort effectif R&D de la firme  $i$  est croissant avec  $x_i$  et  $x_j$ .

Pour expliciter  $X_i(x_i, x_j)$ , nous proposons la forme fonctionnelle suivante :

$$X_i = x_i + \beta(1 - \delta_i)(x_i)^{\delta_i} [x_j^{1-\delta_i} + \gamma((m - 2)\bar{x})^{1-\delta_i}] \quad (2)$$

Cette spécification est inspirée de celle proposée par Kamien et Zang (2000). En effet, dans leurs travaux, Kamien et Zang (2000) modélisent l'effort effectif de R&D en incorporant la capacité d'absorption comme une variable stratégique dans les modèles d'entreprises communes de recherche. Considérant deux firmes en interaction stratégique, ils proposent la forme  $X_i = x_i + \beta(1 - \delta_i)(1 - \delta_j)(x_i)^{\delta_i}(x_j)^{1-\delta_i}$  dans laquelle les  $\delta_i$  représentent le type ou approche de R&D. L'effort effectif de



l'activité de R&D de la firme  $i$  est écrit comme la somme de son propre effort de R&D, i.e.  $x_i$ , et d'une fraction de l'effort de R&D de la firme rivale  $j$ . Si  $\delta = 1$  les firmes ont des approches différentes ou idiosyncratiques alors que pour  $\delta = 0$ , les firmes ont des approches semblables. Les auteurs analysent les incitations à innover des firmes et montrent que la coopération en R&D incite d'une part, les firmes à choisir des approches semblables de recherche et d'autre part, améliore leurs niveaux d'investissements en R&D.

La forme de l'effort effectif de R&D proposée par Kamien et Zang (2000) n'intègre pas la dimension de localisation des deux firmes  $i$  et  $j$  en interaction stratégique ainsi que la présence d'activités innovation d'autres firmes co-localisées dont elles pourraient bénéficier. Notre proposition (2) inclut ces aspects et montre que l'effort effectif de R&D de la firme  $i$  est égal à la somme de son propre effort de R&D, d'une fraction de l'effort de R&D de la firme  $j$  et d'une fraction de l'effort de R&D de chacune des  $(m - 2)$  firmes innovantes co-localisées.

On note que  $X_i$  vérifie l'hypothèse 4, ce qui montre bien que la firme  $i$  ne peut bénéficier des externalités de connaissances que si elle est engagée dans une activité de R&D. En outre,  $X_i$  est homogène de degré 1 par rapport aux inputs  $x_i$ ,  $x_j$  et  $\bar{x}$ ; il est donc à rendement d'échelle constant.

Comme Kamien et Zang (2000), nous définissons la capacité d'absorption (soit  $\Phi(x_i, \delta_i)$ ) de la firme  $i$  comme la portion de son effort effectif de R&D qui provient des externalités de connaissances générées par les activités de R&D de la firme  $j$  et des  $(m - 2)$  autres firmes pertinentes co-localisées. Soit

$$\Phi(x_i, \delta_i) = (1 - \delta_i)(x_i)^{\delta_i} \quad (3)$$

avec  $0 \leq \Phi_i(x_i, \delta_i) < 1$  pour tout  $x_i > 0$  et  $0 \leq \delta_i \leq 1$ . Notons que si  $\Phi_i(x_i, \delta_i) = 1$ , alors la firme absorbe totalement les externalités de connaissance tandis que si  $\Phi_i(x_i, \delta_i) = 0$ , il est impossible pour elle d'apprendre et de les absorber.

Si on analyse les effets de l'effort propre de R&D de la firme  $i$  sur sa capacité d'absorption, on obtient pour tout  $\delta < 1$  :  $\frac{\partial \Phi_i}{\partial x_i} = \delta_i(1 - \delta_i)(x_i)^{\delta_i-1} > 0$  et  $\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x_i^2} = -\delta_i(1 - \delta_i)^2(x_i)^{\delta_i-2} < 0$ ; ce qui signifie qu'investir en R&D accroît la capacité d'absorption de la firme  $i$  mais cet accroissement se fait à un taux décroissant. Autrement dit, l'effet de  $x_i$  sur  $\Phi_i$  est d'autant plus important que la firme  $i$  a initialement une faible capacité d'absorption.

## 4 Le modèle

Soit  $\mathbb{A} = \{1, \dots, m\}$  l'ensemble des firmes pertinentes co-localisées sur un territoire donné,  $\mathbb{A} \subset \mathbb{I}$ . Considérons un duopole composé des firmes  $i \in \mathbb{A}$  et  $j \in \mathbb{A}$ ,  $i \neq j$ , chacune investissant  $x_k$  ( $x_k \geq 0$ ,  $k = i, j$ ) dans une activité R&D lui permettant de réduire ensuite son coût marginal de production  $c_k$  ( $c_k \geq 0$ ,  $k = i, j$ ) et de mettre sur le marché de produit une quantité  $q_k$ , ( $q_k \geq 0$ ,  $k = i, j$ ), d'un bien non différencié. Chaque unité d'output est vendue sur le marché à un prix  $p(Q)$  avec  $Q = q_i + q_j$ ,  $Q \geq 0$ . En clair, il s'agit d'un jeu de duopole à deux étapes dans lequel la décision d'investir en R&D pour chacune des firmes à l'étape 1 anticipe sa décision subséquente de production à l'étape 2. On suppose que dans chacune des étapes, les deux joueurs agissent de manière simultanée. Le timing du jeu est le suivant :

**Étape 1** : les firmes  $i$  et  $j$  coordonnent leurs décisions d'investissement en R&D. Elles choisissent simultanément  $x_i$  et  $x_j$  en anticipant leurs niveaux de production à l'étape 2. L'investissement leur permet de réduire leur coût marginal de production à l'étape 2.

**Étape 2** : les firmes  $i$  et  $j$  s'engagent dans une compétition à la Cournot ; elles déterminent chacune leur niveau d'output  $q_i$  et  $q_j$ , étant donné leur niveau d'effort R&D respectifs  $x_1$  et  $x_j$  à l'étape 1. Les gains des joueurs consistent en les profits réalisés à la seconde étape moins la somme des dépenses investies en R&D à l'étape 1.

Supposons que la demande du marché  $p(Q)$  est linéaire, décroissante et égale à :

$$p(Q) = \max(0, a - Q) \quad (4)$$

En considérant la présence d'externalités localisées, on suppose que le coût marginal de production de la firme  $i$ ,  $c_i$ , est donné par :

$$c_i(x_i, x_j) = \max(0, A - \theta_0(n) - \theta_1(m) - X_i(x_i, x_j)); \quad i = 1, 2; i \neq j. \quad (5)$$

avec  $a > A > 0$ ,  $a > c_i$ ,  $X_i$  est l'effort effectif de R&D donné en (2), les économies externes non technologiques  $\theta_0(n)$  et  $\theta_1(m)$  sont définies par les hypothèses 1 et 2.

Comparons notre modèle de coût marginal à celui développé par d'Aspremont et Jacquemin (noté modèle AJ). Soit  $\tilde{c}_i$  le coût marginal dans le modèle AJ;  $\tilde{c}_i = a - x_i - \beta x_j$  avec  $x_i + \beta x_j = X_i(x_i, x_j)$ . L'effort effectif de R&D dans

le modèle AJ ne tient pas compte de la capacité d'absorption des firmes. Cela suppose implicitement que la firme  $i$  absorbe totalement les externalités de connaissance provenant des activités de recherche de la firme  $j$ . On montre que la prise en compte de la capacité d'absorption dans le processus d'innovation a un effet important sur le coût marginal de production : elle renforce l'efficacité des investissements propres en R&D des firmes en termes de réduction du coût marginal de production. Soit  $\tilde{\xi} \equiv -\tilde{c}_{x_i}$  l'efficacité de  $x_i$  dans le modèle AJ et  $\xi \equiv -c_{x_i}$  l'efficacité de  $x_i$  dans notre modèle. On calcule que  $\xi = \tilde{\xi} + \varepsilon$ , avec  $\varepsilon = \delta_i \beta (1 - \delta_i) x_i^{\delta_i - 1} \left[ x_j^{1 - \delta_i} + \gamma ((m - 2)\bar{x})^{1 - \delta_i} \right] \geq 0$  pour tout  $x_i \geq 0$ ,  $x_j \geq 0$  et  $\delta \leq 1$ .

Supposons que le coût de R&D de chaque firme est  $\Gamma_k(x_k)$ ,  $k = i, j$  et présente une forme quadratique telle que  $\Gamma_k(x_k) = \frac{\mu}{2} x_k^2$ ,  $k = i, j$ ;  $\mu \geq 1$  est un paramètre<sup>4</sup>. Ces fonctions de coût sont convexes en  $x_k$  et assurent la décroissance des rendements des investissements en R&D. La fonction de profit  $\pi_i$  de la firme  $i$  est donnée par :

$$\pi_i(q_i, q_j) = pq_i - c_i q_i - \Gamma_i; \quad i = 1, 2; \quad i \neq j \quad (6)$$

La résolution complète du jeu se fera par induction à rebours en déterminant d'abord les quantités d'équilibre parfait en sous-jeux de Cournot-Nash  $(q_i^*, q_j^*)$  sur le marché du produit (à l'étape 2) pour toutes valeurs de  $x_i$  et  $x_j$  et ensuite en déterminant le niveau optimal d'effort R&D à l'équilibre  $(x_i^*, x_j^*)$  de chacune des firmes à l'étape 1.

#### 4.1 Concurrence sur le marché de produit

Soit  $\mathbb{B}_i = [0, \infty)$  (respectivement  $\mathbb{B}_j = [0, \infty)$ ), l'ensemble des niveaux de production réalisables par la firme  $i$  (respectivement firme  $j$ ) à l'étape 2.

La détermination de la quantité d'équilibre  $q_i^*$  de la firme  $i$  se fait par la résolution du problème de :

$$\max_{q_i \in \mathbb{B}_i} \pi_i \quad (7)$$

Les fonctions de réactions de Cournot ou fonctions de meilleures réponses à l'équilibre,  $R_i(q_j) : \mathbb{B}_j \rightarrow \mathbb{B}_i$  et  $R_j(q_i) : \mathbb{B}_i \rightarrow \mathbb{B}_j$ , spécifient le niveau optimal d'output de chaque firme étant donné le niveau d'output de l'autre firme<sup>5</sup>.

4. Le paramètre  $\mu$  contrôle le coût d'une diminution du coût marginal de production ; plus  $\mu$  est grand, plus il est coûteux de baisser d'une unité le coût marginal de production.

5. Les ensembles des productions réalisables  $\mathbb{B}_i$  et  $\mathbb{B}_j$  et les fonctions de profits  $\pi_i$  et  $\pi_j$

Caractérisons ici l'équilibre de Cournot. Réécrivons d'abord les fonctions de profit de  $i$  et de  $j$  en utilisant la condition sur le prix donnée en (4), i. e.  $q_i + q_j \leq a$ . Pour la firme  $i$ , le profit en (6) se réécrit comme suit (on pose  $\theta_0(n) = \theta_0$  et  $\theta_1(m) = \theta_1$ ) :

$$\pi_i(x_i, x_j, q_i, q_j) = \begin{cases} (a - Q - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i)q_i - (\mu/2)x_i^2 & \text{si } q_i \leq a - q_j \\ -(\mu/2)x_i^2 & \text{si } q_i > a - q_j \end{cases} \quad (8)$$

La fonction de meilleure réponse  $R_i(q_j)$  est donnée par :

$$R_i(q_j) = \begin{cases} \frac{1}{2}(a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i - q_j) & \text{si } q_j \leq a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i \\ 0 & \text{si } q_j > a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i \end{cases} \quad (9)$$

De même, par symétrie, la fonction de meilleure réponse de la firme  $j$  à la firme  $i$ , est donnée par :

$$R_j(q_i) = \begin{cases} \frac{1}{2}(a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_j - q_i) & \text{si } q_i \leq a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_j \\ 0 & \text{si } q_i > a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_j \end{cases} \quad (10)$$

L'équilibre intérieur de Cournot-Nash  $\{q_i^*, q_j^*\}$  est donné par l'intersection des deux fonctions de meilleures réponses  $R_i(q_j)$  et  $R_j(q_i)$ . On obtient

$$\begin{cases} q_i^* = \frac{1}{3}(a - A + \theta_0 + \theta_1 + 2X_i - X_j) \\ q_j^* = \frac{1}{3}(a - A + \theta_0 + \theta_1 + 2X_j - X_i) \end{cases} \quad (11)$$

car  $q_i$  et  $q_j$  satisfont simultanément les deux conditions suivantes :  $q_i \in \overline{\mathbb{B}}_i$  avec  $\overline{\mathbb{B}}_i = \{q_i \in \mathbb{B}_i : q_i \leq a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_j\}$  et  $q_j \in \overline{\mathbb{B}}_j$  avec  $\overline{\mathbb{B}}_j = \{q_j \in \mathbb{B}_j : q_j \leq a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i\}$ . Les deux firmes sont donc présentes sur le marché.

Si l'une de ces conditions n'est pas satisfaite ( $q_i \notin \overline{\mathbb{B}}_i$  ou  $q_j \notin \overline{\mathbb{B}}_j$ ), l'équilibre de Nash conduit à la monopolisation du marché de produit par l'une des deux

---

déterminent la forme stratégique du jeu à l'étape 2, les stratégies étant les quantités. A l'équilibre de Cournot,  $q_i^* \in \mathbb{B}_i$  et  $q_j^* \in \mathbb{B}_j$ . Les conditions d'existence de cet équilibre sont que les  $\pi$  soient différentiables, strictement concaves et que les conditions aux limites appropriées au problème de maximisation soient satisfaites.

firmer. Elle produira  $q^m$  tandis que l'autre firme sortira du marché bien qu'ayant investi en R&D à l'étape 1, i.e. :

$$\text{si } q_i^m > a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_j \Rightarrow \begin{cases} q_i^m = \frac{1}{2}(a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i) \\ q_j = 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{si } q_j^m > a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_i \Rightarrow \begin{cases} q_j^m = \frac{1}{2}(a - A + \theta_0 + \theta_1 + X_j) \\ q_i = 0 \end{cases} \quad (13)$$

La représentation graphique de (11), (12) et (13) est donnée par la figure (1)<sup>6</sup> suivante.

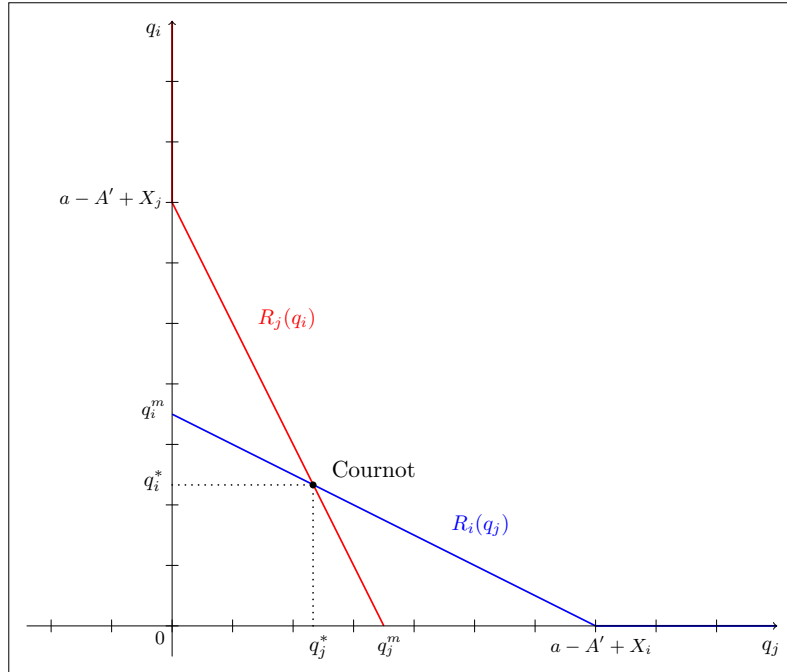


FIGURE 1 – Équilibre de Cournot-Nash

Avant de résoudre l'étape 2, réécrivons le profit (6) de chaque firme suivant les conditions (11), (12) et (13) et du niveau d'effort R&D effectif  $X_i$  de la firme  $i$ .

La condition (11) implique  $\frac{1}{2}(X_j - a + A - \theta_0 - \theta_1) \leq X_i \leq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1$

6. On écrira  $A' = A - \theta_0 + \theta_1$  dans toutes les représentations graphiques.

et des fonctions de profit données par  $\left\{ \pi_i = (q_i^*)^2 - \frac{\mu}{2}(x_i)^2; \pi_j = (q_j^*)^2 - \frac{\mu}{2}(x_j)^2 \right\}$ .

La condition (12) implique  $X_i \geq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1$  et des fonctions de profit des firmes  $i$  et  $j$  données par  $\left\{ \pi_i^m = (q_i^m)^2 - \frac{\mu}{2}(x_i)^2; \pi_j = 0 - \frac{\mu}{2}(x_j)^2 \right\}$ .

La condition (13) implique  $X_i \leq \frac{1}{2}(X_j - a + A - \theta_0 - \theta_1)$  et des fonctions de profits données par  $\left\{ \pi_i = 0 - \frac{\mu}{2}(x_i)^2; \pi_j^m = (q_j^m)^2 - \frac{\mu}{2}(x_j)^2 \right\}$ .

## 4.2 Coopération en R&D

A la première période, les firmes décident de coordonner leurs investissements R&D. Elles vont donc choisir leurs niveaux d'investissement  $x_i$  et  $x_j$  qui maximisent leur profit joint ( $\Pi$ ) étant données les quantités d'équilibre  $q_i^*$  et  $q_j^*$  à l'étape 2. On écrit le programme de maximisation suivant :

$$\max_{x_i, x_j} \{ \Pi = \pi_i + \pi_j \} \quad (14)$$

La condition de premier ordre pour la firme  $i$  est telle que :

$$\frac{d\Pi}{dx_i} = \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} \frac{dq_i^*}{dx_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} \frac{dq_j^*}{dx_i} = 0 \quad (15)$$

L'équation (15) montre que la coopération permet à chaque firme d'internaliser les externalités qu'elle procure à l'autre firme. Pour la firme  $i$ , ces externalités sont données par  $\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} \frac{dq_j^*}{dx_i}$ . Elles sont qualifiées « d'effets stratégiques » de l'investissement R&D de la firme  $i$  sur l'output de la firme  $j$  à l'étape 2. On note que  $\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} \frac{dq_j^*}{dx_i} < 0$  car  $\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} < 0$  et  $\frac{dq_j^*}{dx_i} > 0$ . Pour tout  $q_i$  et  $q_j$  donnés à l'étape 2, l'expression du profit joint ( $\Pi$ ) pour la résolution de la condition de premier ordre (15) est telle que :

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} (q_i^m)^2 - \frac{\mu}{2}(x_i)^2 - \frac{\mu}{2}(x_j)^2 & \text{si } X_i \geq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1 \\ (q_j^m)^2 - \frac{\mu}{2}(x_j)^2 - \frac{\mu}{2}(x_i)^2 & \text{si } X_i \leq \frac{1}{2}(X_j - a + A - \theta_0 - \theta_1) \end{cases} \quad (16)$$

et enfin

si  $\frac{1}{2}(X_j - a + A - \theta_0 - \theta_1) \leq X_i \leq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1$ , alors :

$$\Pi_{ij} = (q_i^*)^2 + (q_j^*)^2 - \frac{\mu}{2}(x_i)^2 - \frac{\mu}{2}(x_j)^2 \quad (17)$$

Les conditions de profit (16) et (17) permettent de définir trois zones possibles représentées sur la figure (2) suivante.

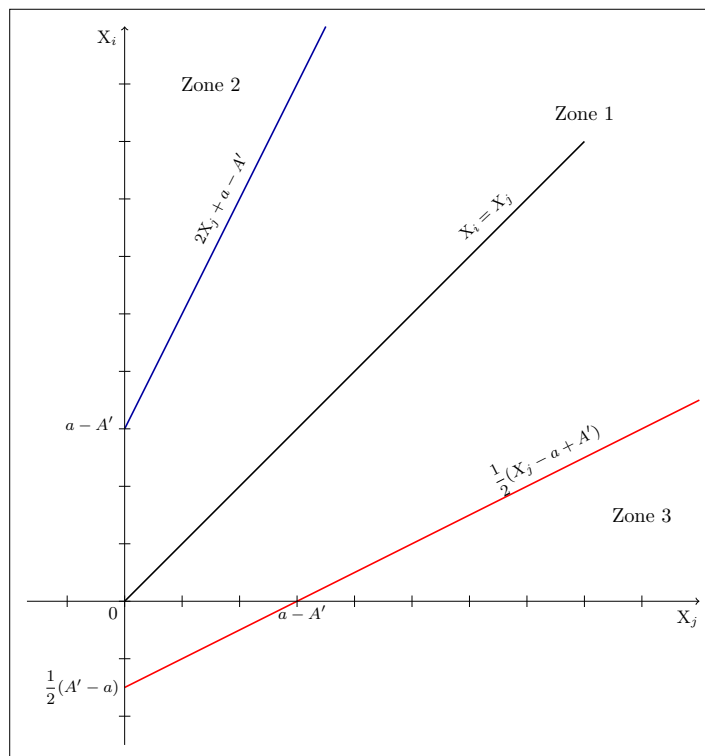


FIGURE 2 – Zones de profit II

La résolution de (15) permet d'identifier un maximum des profits joints, pour des valeurs des efforts effectifs  $X_i$  et  $X_j$ , à l'intérieur de la zone 1. Ce maximum, s'il existe, correspond à un effort de R&D symétrique à l'équilibre, i.e.  $x_i^* = x_j^*$ , du fait de la symétrie de la condition de premier ordre (15). Par ailleurs, il est tout à fait possible que le maximum des profits joints atteigne la zone 2 ou la zone 3 ; dans ces cas, l'expression du profit sera (16) avec une seule firme en situation de monopole sur le marché du produit, le maximum des profits joints correspondant à des efforts R&D non-symétriques ( $x_i^* \neq x_j^*$ )<sup>7</sup>. Si nous privilégions à ce stade la solution qui permet aux deux firmes d'être actives<sup>8</sup> sur le marché du produit, alors nous utilisons le profit joint défini en (17). Autrement dit, pour tout  $X_i$  tel que  $\frac{1}{2}(X_j - a + A - \theta_0 - \theta_1) \leq X_i \leq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1$ , la fonction de profit est :

7. On montre à la section (5) que dans ces conditions, les seuls équilibres (optima parétiens) sont les équilibres en coin.

8. On pourrait bien imaginer que les deux firmes  $i$  et  $j$  négocient un accord de coopération R&D qui leur garantit chacune une part du marché du produit.

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & \frac{1}{9} (a - A + \theta_0 + \theta_1 + 2X_i - X_j)^2 + \frac{1}{9} (a - A + \theta_0 + \theta_1 + 2X_j - X_i)^2 \\ & - \frac{\mu}{2} (x_i)^2 - \frac{\mu}{2} (x_j)^2 \end{aligned} \quad (18)$$

En considérant les expressions de  $X_i$  et  $X_j$  définies en (2), l'équation (18) devient :

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & \frac{1}{9} \left( -A + \theta_0 + \theta_1 + 2[x_i + \beta(1 - \delta_i)(x_i)^{\delta_i} [x_j^{1-\delta_i} + \gamma((m-2)\bar{x})^{1-\delta_i}]] \right. \\ & \left. - x_j + \beta(1 - \delta_j)(x_j)^{\delta_j} [x_i^{1-\delta_j} + \gamma((m-2)\bar{x})^{1-\delta_j}] \right)^2 \\ & + \frac{1}{9} \left( -A + \theta_0 + \theta_1 + 2[x_j + \beta(1 - \delta_j)(x_j)^{\delta_j} [x_i^{1-\delta_j} + \gamma((m-2)\bar{x})^{1-\delta_j}]] \right. \\ & \left. - x_i + \beta(1 - \delta_i)(x_i)^{\delta_i} [x_j^{1-\delta_i} + \gamma((m-2)\bar{x})^{1-\delta_i}] \right)^2 \\ & - \frac{\mu}{2} (x_i)^2 - \frac{\mu}{2} (x_j)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

La recherche analytique et explicite du point maximum  $\{x_i^*, x_j^*\}$  de cette fonction de profit joint (19) serait très difficile. Nous procédons donc par simulation de l'équilibre par une résolution numérique de la condition de premier ordre (15). Pour ces simulations, nous posons les restrictions sur les paramètres  $\beta$  et  $\delta_k$ ,  $k = i, j$ . On suppose  $0,5 \leq \beta \leq 1$  et  $0 < \delta_k < 0,5$ . La première restriction sur le paramètre exogène  $\beta$  se justifie par le fait que selon la littérature théorique, le recours à la coopération au stade pré-concurrentiel est souhaitable pour des valeurs élevées de  $\beta$  (d'Aspremont et Jacquemin, 1988; Kamien et Zang, 2000; Miyagiwa et Ohno, 2002), l'objet de notre étude étant d'évaluer l'effet des pôles sur les résultats de la coopération R&D. Nous justifions la seconde restriction par le cadre général de l'étude qui s'intéresse aux firmes ayant une base scientifique similaire et qui sont technologiquement proches. Globalement, chaque firme a une faible difficulté à apprendre des autres.

## 5 Effets des pôles sur l'incitation à innover

Sur la base des simulations et pour mettre en évidence l'effet de l'émergence des pôles de compétitivité sur l'incitation à innover, nous analysons l'effet de  $\gamma$  sur



les niveaux d'efforts des firmes à l'équilibre. Soit  $\gamma^S$  l'intensité des externalités de connaissances hors coopération sur le marché pur, i. e. en absence de pôle ; soit  $\gamma^P$  l'intensité des externalités de connaissances hors coopération en présence de pôle de compétitivité. La mise en place du pôle engendre un accroissement ( $\Delta\gamma > 0$ ) du paramètre  $\gamma$  tel que  $\Delta\gamma = \gamma^P - \gamma^S > 0$ .

**Proposition 1.** *A valeurs données de  $\beta$  et de  $\mu$ , il existe des valeurs seuils  $\bar{\delta}$  et  $\bar{\gamma}$  telles que :*

(i) *pour tout  $\delta \leq \bar{\delta}$ , il existe toujours une unique solution intérieure symétrique  $x^*(\gamma)$  quelque soit  $\gamma$*

(ii) *pour tout  $\delta > \bar{\delta}$ , il existe une unique solution intérieure symétrique  $x^*(\gamma)$  si et seulement si  $\gamma \leq \bar{\gamma}$ .*

**Proposition 2.** *Pour tout  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  tel qu'un équilibre intérieur existe, si  $\gamma_1 < \gamma_2$ , alors  $x^*(\gamma_1) < x^*(\gamma_2)$ .*

**Proposition 3.**  $\bar{\delta} = \bar{\delta}(\mu)$  avec  $\frac{\partial \bar{\delta}(\mu)}{\partial \mu} > 0$ .

*Démonstration.* Voir l'annexe A □

La proposition (2) montre que pour tout niveau de spillovers R&D hors coopération  $\gamma^P \leq \bar{\gamma}$ , l'émergence du pôle de compétitivité renforce les incitations à la R&D en corrigeant le sous-investissement qui caractérise l'absence de pôles. Le niveau d'investissement R&D à l'équilibre de chacune des firmes  $i$  et  $j$  au sein du pôle de compétitivité ( $x^P$ ) est donc supérieur à ce qu'elle aurait investi à l'équilibre en l'absence de pôle ( $x^S$ ), c'est-à-dire que  $x^P > x^S$ .

On montre par la proposition (1) que pour tout  $\delta > \bar{\delta}$ , il n'y a pas de solution symétrique intérieure au problème de maximisation (15) lorsque  $\gamma$  dépasse une valeur seuil  $\bar{\gamma}$ . En effet, l'extremum symétrique ( $x$ ) calculé dans ce cas est un point col (ou selle) et non un maximum car les valeurs propres de la matrice hessienne de la fonction de profit joint (19) considérée sont de signes contraires.

Pour éviter cette situation, une solution serait de situer notre analyse dans le meilleur cas, celui qui suppose les conditions de l'existence d'une solution symétrique intérieure à l'équilibre ; c'est-à-dire supposer toujours que  $\delta \leq \bar{\delta}$ , ou que  $\gamma \leq \bar{\gamma}$  lorsque  $\delta > \bar{\delta}$ . On notera à ce sujet que la proposition (3) montre qu'un accroissement de  $\mu$  repousse le niveau seuil  $\bar{\delta}$ , toutes choses égales par ailleurs. Cependant, à ce stade, cette option réduirait considérablement la portée de notre analyse.

Considérons alors le cas pour lequel il n'y a pas solution symétrique au problème de maximisation de l'équation (15), i. e. le cas où  $\delta > \bar{\delta}$  et  $\gamma > \bar{\gamma}$ ,

et analysons le comportement R&D possible des firmes  $i$  et  $j$ . Illustrons cette analyse par deux exemples numériques.

**Exemple 1.** On montre que pour  $(\beta; \delta; \mu) = (0, 5; 0, 4; 3)$ , si  $\gamma = 0, 4$ , la simulation de l'équilibre par la résolution numérique de la condition de premier ordre (15) donne un point col de valeur  $x_i = x_j = 0, 201$ . Mais si nous supposons qu'à l'équilibre  $x_j^* = 0$ , alors l'investissement R&D à l'équilibre pour la firme  $i$  est  $x_i^* = 0, 513$ . Ce qui donne des niveaux d'effort R&D effectif  $X_i = 0, 880$   $X_j = 0$  et un profit joint  $\Pi(0, 513, 0) = 0, 451$ . On montre que  $\frac{1}{2}(X_j - a + A - \theta_0 - \theta_1) \leq X_i \leq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1$ . La fonction du profit (19) utilisée est bien correcte. Nous sommes donc dans une zone (zone 1) où les deux firmes produisent sur le marché de produit à l'étape 2 mais où une seule firme investit en R&D à l'étape 1. Nous avons une solution en coin en R&D.

**Exemple 2.** Pour les mêmes valeurs des paramètres  $(\beta; \delta; \mu)$  de l'exemple 1, si  $\gamma$  augmente et passe à 0,6, on a toujours un point col de valeur 0,252. Mais si on suppose qu'à l'équilibre,  $x_j^* = 0$ , alors on montre par simulation que  $x_i^* = 0, 828$ . Ce qui donne des niveaux d'effort R&D effectif  $X_i = 1, 492$  et  $X_j = 0$  et un profit joint  $\Pi(0, 828, 0) = 0, 763$ . On montre que  $X_i \geq 2X_j + a - A + \theta_0 + \theta_1$ . On se trouve dans la zone où la firme  $j$  ne produit pas à l'étape 2 de sorte que l'expression du profit (19) utilisée n'est plus appropriée. Il faut plutôt utiliser l'expression du profit issue de la condition (12). On bute sur la frontière entre la zone où les deux firmes produisent sur le marché (i.e. zone 1) et celle où une des firmes, notamment la firme  $j$ , ne produit pas (i.e. zone 2). Nous sommes en présence d'une solution en coin en R&D et sur le marché de produit.

On montre ainsi que pour tout niveau d'externalités de connaissance hors coopération R&D supérieur au seuil  $\bar{\gamma}$ , il n'y a pas d'équilibre intérieur symétrique mais un équilibre en coin<sup>9</sup>. Pour maximiser leur profit joint, les firmes sont incitées à concentrer techniquement leurs activités de R&D sur une seule d'entre elle, quitte à ce que l'autre firme ne produise plus à l'étape 2.

Dans ces cas définis par les zones 2 et 3, la stabilité de la coopération R&D repose sur des transferts monétaires effectifs entre les firmes.

---

9. Si  $\delta > \bar{\delta}$ ,  $\forall \gamma > \bar{\gamma}$ , on montre que toute combinaison de choix d'effort R&D à l'étape 1  $(x_i, x_j) \neq (x_i^*, 0)$  ou  $(0, x_j^*)$  ne maximise pas la fonction de profit. Ainsi, dans l'exemple 1, si nous supposons  $x_j^* = 0, 07$  au lieu de  $x_j^* = 0$ , la solution au problème de maximisation de (19) donne  $x_i = 0, 340$  avec  $X_i = 0, 695$ ,  $X_j = 0, 289$  et  $\Pi(0, 340; 0, 07) = 0, 392$ . Ce profit est inférieur à celui de la solution en coin  $\Pi(0, 553; 0) = 0, 451$ . De même dans l'exemple 2, en utilisant la fonction de profit approprié issue de la condition (12), si  $x_j^* = 0$ , on trouve  $x_i^* = 0, 750$  avec  $X_i = 1, 398$  et  $X_j = 0$  et  $\Pi(0, 750; 0) = 0, 741$ ; mais si on pose  $x_j^* = 0, 07$ , on trouve  $x_i^* = 0, 649$  avec  $X_i = 1, 303$  et  $X_j = 0, 397$  et  $\Pi(0, 649; 0, 07) = 0, 504$  inférieur au profit de la solution en coin précédente.

La figure (3) suivante illustre le mouvement des firmes  $i$  et  $j$  vers les équilibres en coin lorsque  $\gamma > \bar{\gamma}$  pour tout  $\delta > \bar{\delta}$ ,  $\beta$  et  $\mu$  donnés.

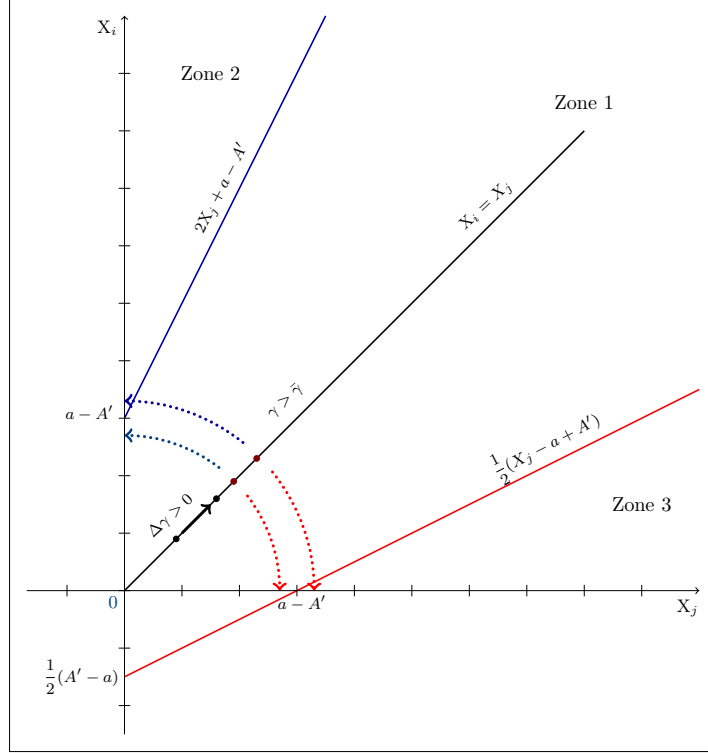


FIGURE 3 – Décisions d'investissement en R&D lorsque  $\gamma > \bar{\gamma}$

L'analyse du niveau seuil des externalités de connaissance  $\gamma$  permet de faire la proposition suivante :

**Proposition 4.** *Pour tout  $\delta > \bar{\delta}$ , on a  $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}(\mu)$  et  $\frac{\partial \bar{\gamma}(\mu)}{\partial \mu} > 0$ .*

*Démonstration.* Voir l'annexe B □

**Corollaire 1.** *L'accroissement du paramètre  $\mu$  (donc du coût total de la R&D) a deux effets sur le niveau de l'investissement optimal :*

(i). *Pour tout  $\delta \leq \bar{\delta}$ , l'accroissement de  $\mu$  entraîne une baisse du niveau de l'investissement à l'équilibre symétrique  $i$ . e.  $\frac{\partial x^*(\gamma, \mu)}{\partial \mu} < 0$*

(ii). *En présence de solutions en coin, i. e. lorsque  $\delta > \bar{\delta}$  et  $\forall \gamma > \bar{\gamma}$ , l'accroissement de  $\mu$  favorise un retour à la solution intérieure symétrique en repoussant le niveau seuil  $\bar{\gamma}$ .*

La figure (4) illustre les effets de  $\mu$  sur le partage du coût d'investissement R&D total entre les firmes  $i$  et  $j$ , toutes choses égales par ailleurs.

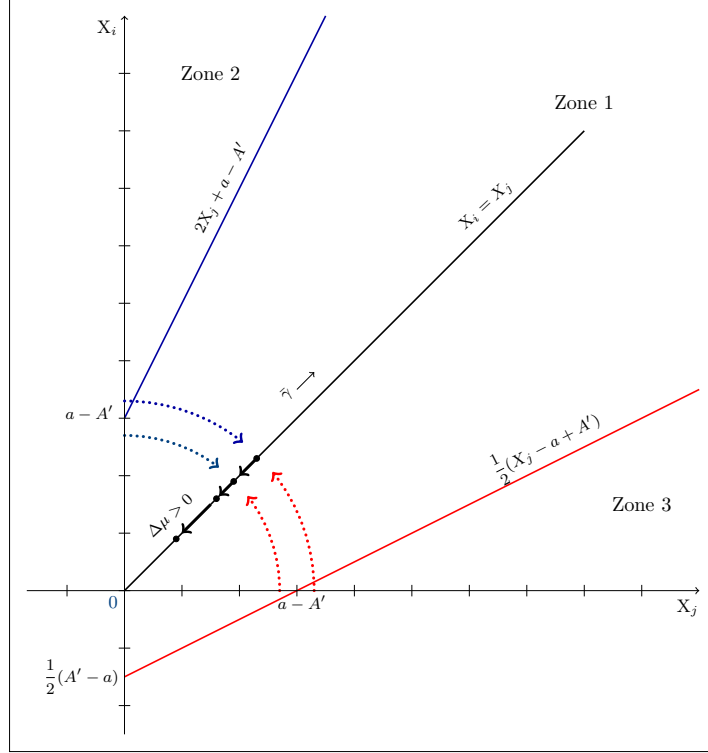


FIGURE 4 – Effet de  $\mu$  sur les décisions d'investissements en R&D

La figure (3) précédente montre que pour tout  $\gamma > \bar{\gamma}$ , tout accroissement  $\Delta\gamma$  incite les firmes à différencier leurs niveaux d'investissements R&D d'équilibre, quitte à concentrer techniquement toute la R&D sur une seule firme. Dans ce cas  $\gamma$  devient favorable à un équilibre asymétrique. Au contraire, la figure (4) montre que tout accroissement  $\Delta\mu$  incite les firmes à choisir des niveaux d'efforts R&D plutôt identiques et décroissant avec  $\mu$ , toutes choses égales par ailleurs.  $\mu$  est donc favorable à un équilibre symétrique. Autrement dit, lorsque les firmes coordonnent leurs niveaux d'investissements R&D, l'effet des pôles de compétitivité en termes de partage de connaissances ( $\Delta\gamma$ ) agit inversement à l'effet du coût de la R&D ( $\Delta\mu$ ) sur les incitations à innover des firmes.

Pour comprendre l'origine de ces deux effets contraires, il faut analyser la fonction du profit joint  $\Pi = q_i^2 + q_j^2 - \frac{1}{2}\mu(x_i)^2 - \frac{1}{2}\mu(x_j)^2$ . En effet, un accroissement de  $\gamma$  engendre une augmentation du profit brut joint  $q_i^2 + q_j^2$  tandis qu'un accroissement de  $\mu$  engendre un accroissement du coût total de la R&D  $\frac{1}{2}\mu(x_i)^2 + \frac{1}{2}\mu(x_j)^2$ . La fonction de profit brut étant convexe de  $(x_i, x_j)$ , plus les firmes différencient leurs

niveaux d'effort R&D (et donc leurs niveaux d'output), plus elles augmentent leur profit joint, toutes choses égales par ailleurs. A l'inverse, lorsque  $\mu$  augmente considérablement toutes choses égales par ailleurs, les deux firmes minimisent le coût total de R&D et améliorent leur profit joint en investissant le même montant en R&D. Cela est dû au fait que la fonction de coût R&D des firmes est une fonction convexe de  $(x_i, x_j)$ . Ainsi donc l'opposé de cette fonction de coût est une fonction concave.

L'analyse précédente sur le comportement R&D des firmes  $i$  et  $j$  lorsque  $\delta > \bar{\delta}$  et  $\gamma > \bar{\gamma}$  sera discutée dans la section 7. Mais on comprend d'ores et déjà que l'effet bénéfique espéré de la politique des pôles de compétitivité dépend de certaines conditions sur l'intensité des externalités ainsi que de la facilité avec laquelle les firmes  $i$  et  $j$  peuvent apprendre des autres acteurs du pôle. Pour la suite de notre analyse, nous caractériserons les effets des pôles de compétitivité uniquement dans le cas de l'existence d'une solution intérieure symétrique à l'équilibre. Nous utilisons alors l'équation du profit symétrique et nous supposons que soit  $\delta \leq \bar{\delta} \forall \gamma$ , soit  $\delta > \bar{\delta}$  pour tout  $\gamma \leq \bar{\gamma}$ , toutes choses étant égales par ailleurs.

**Proposition 5.** *Toutes choses égales par ailleurs, l'effet du pôle sur l'incitation à innover est le suivant :*

- (i) augmentation avec  $\beta$ , i. e.  $\frac{\partial^2 x^*(\gamma, \beta)}{\partial \gamma \partial \beta} > 0$
- (ii) diminution avec  $\delta$ , i. e.  $\frac{\partial^2 x^*(\gamma, \beta)}{\partial \gamma \partial \delta} < 0$ .

*Démonstration.* Voir l'annexe C □

La proposition (5) montre que l'intensité du partage d'information et de connaissances ( $\beta$ ) entre les deux firmes  $i$  et  $j$  qui coopèrent en R&D amplifie l'effet positif du pôle sur leurs incitations à innover. Ce résultat est en faveur de l'accroissement du niveau d'échange d'information entre les firmes en coopération R&D. Il s'inscrit parfaitement dans la littérature théorique sur les avantages des entreprises communes de recherche (Kamien *et al.*, 1992; Combs, 1992). Autrement dit, on montre que les pôles améliorent la performance de la coopération R&D. En d'autres termes, l'appartenance commune au pôle renforce l'incitation des firmes à coopérer. Par ailleurs, quand la firme a plus de difficulté à absorber les connaissances, l'effet du pôle sur l'incitation à innover décroît.

## 6 Analyse du bien-être social

Soit  $w(Q)$ , le bien-être collectif<sup>10</sup> défini par la somme du surplus des consommateurs sur le marché du produit et des profits des firmes  $i$  et  $j$ . Dans le cas de duopole symétrique, on a :

$$w(Q) = \int_0^{\bar{Q}} p(Q)dQ - p\bar{Q} + 2\pi \quad (20)$$

avec  $\bar{Q} = q_i^* + q_j^*$ . On note que le calcul du surplus collectif néglige l'effet positif des activités de R&D des firmes  $i$  et  $j$  sur les autres firmes co-localisées<sup>11</sup>. Après calcul, l'expression (20) devient :

$$w(x, \gamma) = \frac{4}{9} \left( a - A + \theta_0 + \theta_1 + x + \beta(1 - \delta)x^\delta [x^{1-\delta} + \gamma((m-2)\bar{x})^{1-\delta}] \right)^2 - \mu x^2 \quad (21)$$

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la création d'un pôle de compétitivité améliore l'incitation des firmes à innover. Il est donc important d'analyser les canaux de transmission de cette incitation et d'évaluer ses implications sur le bien-être social.

**Proposition 6.** *Le pôle améliore le bien-être social. Il crée une incitation informationnelle à travers, d'une part le partage de connaissances et, d'autre part la production de nouvelles connaissances.*

*Démonstration.* La variation totale du welfare  $\Delta w(x, \gamma)$  suite à l'émergence du pôle de compétitivité est la résultante de deux effets ou variations partielles du welfare, notés  $\Delta w_1$  et  $\Delta w_2$ , i.e.  $\Delta w(x, \gamma) = \Delta w_1 + \Delta w_2$ .

La première variation partielle, i. e.  $\Delta w_1$ , est engendrée par l'accroissement du niveau de partage de connaissance, capturée par  $\Delta\gamma > 0$ , suite à la mise en place du pôle. Soit  $w_\gamma(x, \gamma)$  la variation marginale du welfare par rapport à  $\gamma$  toutes choses égales par ailleurs. Alors pour un  $\Delta\gamma = \gamma^P - \gamma^S > 0$ , on a :

$$\Delta w_1 = \int_{\gamma^S}^{\gamma^P} w_\gamma(x^S, \gamma) d\gamma \quad (22)$$

La seconde variation partielle, i. e.  $\Delta w_2$ , est engendrée par l'accroissement de la production de nouvelles connaissances, capturée par  $\Delta x > 0$ , après la mise en

10. La mise en place et le fonctionnement des pôles de compétitivité peuvent engendrer des coûts qui ne sont pas pris en compte dans cette analyse.

11. Si ces effets sont intégrés, ils vont dans le sens de l'amélioration du bien-être social.

place du pôle. Soit  $w_x(x, \gamma)$  la variation marginale du welfare par rapport à  $x$ , toutes choses égales par ailleurs. Alors pour un  $\Delta x = x^P - x^S > 0$ , on a :

$$\Delta w_2 = \int_{x^S}^{x^P} w_x(x, \gamma^P) dx \quad (23)$$

□

La figure (5) suivante représente  $w(x, \gamma)$ ,  $\Delta w_1$  et  $\Delta w_2$ , tous les autres paramètres étant constants.

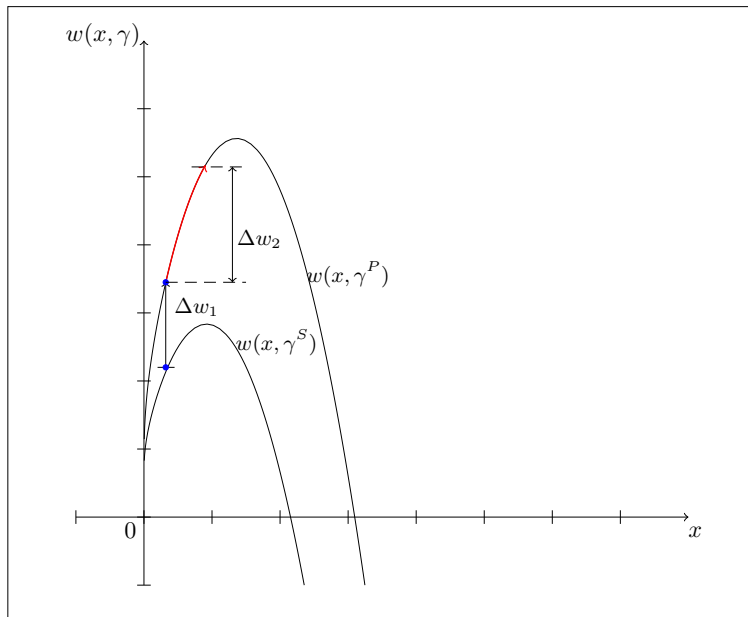


FIGURE 5 – Le surplus collectif

Cette figure montre que l'effet  $\Delta w_1$  est toujours positif : c'est le déplacement vers le haut de la courbe du welfare de  $w(x, \gamma^S)$  à  $w(x, \gamma^P)$ .

Au contraire,  $\Delta w_2$  peut-être positif ou négatif selon le niveau de production de nouvelles connaissances atteint au sein du pôle : c'est le déplacement vers la droite sur la courbe du welfare  $w(x, \gamma^P)$ . Nos simulations montrent cependant que  $\Delta w_2$  est toujours positif au sein du pôle quelque soit  $\gamma$ . La production de nouvelles connaissances ou le niveau de R&D au sein du pôle n'engendre pas un déplacement sur la courbe du welfare tel que  $\Delta w_2$  soit négatif. Ce qui veut dire que  $\Delta w(x, \gamma^P) > 0$ .

Pour illustrer cette analyse, considérons deux exemples d'émergence de pôle de compétitivité. Le premier exemple impliquant un accroissement faible  $\Delta\gamma = 0,1$  et le second exemple un accroissement plus élevé  $\Delta\gamma = 0,4$ .

**Exemple 3.** supposons que  $\gamma^S = 0,1$  et  $\gamma^P = 0,2$ , soit  $\Delta\gamma = 0,1$ . Étant donné  $(\beta; \delta; \mu) = (0,7; 0,2; 2)$ , les niveaux d'efforts d'équilibre sont  $x^S = 0,351$  et  $x^P = 0,474$  (cf. tableau 1-2, annexe A). Le calcul des variations du surplus collectif donne  $\Delta w_1 = w(x^S, \gamma^P) - w(x^S, \gamma^S) = 0,504$  et  $\Delta w_2 = w(x^P, \gamma^P) - w(x^S, \gamma^P) = 0,147$ , soit  $\Delta w = 0,651 > 0$ .

**Exemple 4.** on suppose que  $\gamma^S = 0,1$  et  $\gamma^P = 0,5$  soit  $\Delta\gamma = 0,4$ . Dans les mêmes conditions que précédemment, on a  $x^S = 0,351$  et  $x^P = 0,539$  (cf. tableau 1-2, annexe A). Ce qui donne  $\Delta w_1 = 2,453$  et  $\Delta w_2 = 0,694$ , soit  $\Delta w = 3,147 > 0$ .

Ces exemples montrent que  $\Delta w_1 > 0$ ,  $\Delta w_2 > 0$  et  $\Delta w > 0$  pour tout  $\gamma$ . Le pôle crée des incitations informationnelles et améliore le surplus collectif. Mais, ces incitations sont-elles suffisantes pour permettre d'atteindre l'investissement en R&D socialement optimal au sein des pôles ? Pour répondre à cette question, nous devons résoudre le problème de maximisation suivant :

$$\max_x w(x, \gamma^P) \quad (24)$$

Nous simulons le niveau d'investissement en R&D socialement optimal  $\tilde{x}$  par une résolution numérique de la condition de premier ordre,  $\frac{\partial w(x, \gamma^P)}{\partial x} = 0$ , pour tout  $\gamma$  étant donné  $\beta$ ,  $\delta$ , et  $\mu$ , les résultats permettent de faire la proposition suivante :

**Proposition 7.** *L'effort R&D des firmes à l'équilibre au sein du pôle de compétitivité,  $(x^P)$ , est socialement sous-optimal.*

*Démonstration.* Voir Annexe D □

Les résultats des simulations (cf. annexe D) montrent que, quelque soit  $\gamma^P$ , l'optimum social,  $\tilde{x}$ , est toujours supérieur à  $x^P$ . Il y a donc sous-investissement privé en R&D au sein des pôles. Ces investissements privés des firmes ne maximisent pas le surplus social. En effet, les firmes  $i$  et  $j$  ne capturent pas la totalité de la variation du surplus des consommateurs engendrée par la présence de pôle (car il y a une impossibilité de discriminer parfaitement les prix aux consommateurs). L'incitation informationnelle qu'apporte donc l'émergence des pôles n'est pas suffisante pour atteindre l'optimum social. Il y a donc un intérêt particulier à trouver d'autres moyens pour renforcer l'incitation à innover des firmes au sein des pôles.



## 7 Discussion et conclusion

Dans ce papier, nous avons développé un modèle théorique pour analyser les effets de la mise en place des pôles de compétitivité sur la relation de coopération en R&D. Dans ce modèle, deux firmes sont engagées dans un contrat de coopération en R&D et sont en compétition à la Cournot sur le marché du produit. Elles bénéficient par ailleurs de spillovers de connaissances de la part des autres acteurs du pôle de compétitivité. On suppose que les firmes ne bénéficient d'aucune subvention publique pour mener leurs activités de R&D.

L'analyse des effets de pôles de compétitivité sur l'incitation à l'innovation met en évidence trois principaux résultats :

Premièrement, l'émergence des pôles de compétitivité crée des incitations informationnelles à la R&D. Ces incitations permettent d'accroître le niveau d'investissement en R&D des firmes et de se rapprocher un peu plus de l'optimum social. On améliore donc la situation mais sans répondre totalement à la question classique du sous-investissement en R&D.

Deuxièmement, l'effet incitatif du pôle à l'innovation est amplifié par la coopération en R&D. Autrement dit, le pôle améliore la performance de la coopération en R&D ; l'appartenance commune au pôle renforce l'incitation des firmes à coopérer et à innover. Ce résultat nous paraît intéressant et vient s'ajouter à celui de d'Aspremont et Jacquemin (1988). En effet, d'Aspremont et Jacquemin (1988) ont montré que la coopération R&D améliore le niveau d'investissement et le profit des entreprises innovantes. Ainsi si les pôles de compétitivité renforcent l'incitation à coopérer, alors ils renforcent les résultats de cette coopération.

Troisièmement, on montre que l'émergence des pôles de compétitivité peut conduire les firmes en coopération à concentrer techniquement leurs activités de R&D sur une seule firme, surtout lorsque les projets R&D coopératifs sont coûteux et que les externalités de connaissance hors coopération atteignent une certaine intensité. Cela engendre un équilibre non symétrique et un risque de conduire à terme à une situation de monopole sur le marché de produit se prolongeant au-delà de la période de coopération en R&D. Ces comportements inattendus du point de vue des objectifs de la politique des pôles méritent réflexion d'autant plus qu'on s'interroge sur l'efficacité de cette situation à long terme.

Quelles sont les implications de nos résultats ? Ces résultats théoriques sont complémentaires à la littérature théorique existante sur la coopération R&D. Notre premier résultat met en évidence la nécessité de trouver des moyens incitatifs complémentaires pour renforcer les incitations des firmes à innover au sein

des pôles de compétitivité. C'est d'ailleurs tout l'enjeu des politiques de subventions à la R&D en faveur des firmes et spécialement en faveur des firmes membres des pôles de compétitivité français de hautes technologies. Les projets R&D collaboratifs labellisés par les pôles de compétitivité bénéficient ainsi d'importantes subventions publiques.

Le deuxième résultat implique que le pôle de compétitivité joue un rôle catalyseur au niveau des firmes car il renforce leur incitation à coopérer et à innover. Il est donc souhaitable de préserver non seulement les acquis de la politique des pôles mais aussi de les renforcer surtout dans le domaine des hautes technologies.

Par ailleurs, pour ce qui concerne les risques de basculement dans un partenariat asymétrique en matière de R&D évoqués dans le troisième résultat, cela implique qu'il y a un peut-être un risque à avoir des externalités de connaissance très intenses au sein du pôle (monopolisation, concentration ou comportements anticoncurrentiels préjudiciables aux consommateurs finaux). Ce risque doit d'une part, être évalué du point de vue du welfare en particulier à long terme et d'autre part, doit être exploré par des analyses empiriques.

Enfin, cette étude ouvre plusieurs pistes de réflexion ; la première consisterait par exemple à intégrer un troisième acteur, l'État, dont le rôle serait de subventionner les deux firmes en coopération R&D au sein du pôle de compétitivité et d'en analyser les effets. Le deuxième serait d'analyser et comparer l'efficacité de la coopération en termes de bien-être dans les solutions symétrique et asymétrique et d'en tirer les conséquences.

## 8 Annexes

### A. Preuve des propositions 1, 2 et 3

Les tableaux (1-1), (1-2) et (1-3) ci-dessous donnent les niveaux de R&D à l'équilibre symétrique  $x^*(\gamma)$  pour des valeurs données des paramètres  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\mu$ . Ces tableaux montrent que  $x^*(\gamma)$  croît avec  $\gamma$ . Ils montrent aussi qu'à valeur donnée  $\beta$  et  $\forall \mu \geq 2$ , il existe un seuil  $\bar{\delta}$  en dessous duquel il existe toujours une solution symétrique intérieure qui maximise le profit symétrique. Ainsi,  $\bar{\delta} \in ]0, 1, 0, 2]$  lorsque  $\beta = 0, 5$  et  $\forall \mu \geq 2$  (cf. tableau 1-1),  $\bar{\delta} \in ]0, 2, 0, 3]$  lorsque  $\beta = 0, 7$  et  $\forall \mu \geq 2$  (cf. tableau 1-2) et  $\bar{\delta} \in ]0, 2, 0, 3]$  lorsque  $\beta = 0, 9$  et  $\forall \mu \geq 2$  (cf. tableau 1-3). En outre, on note que pour des  $\delta > \bar{\delta}$ , à valeur donnée de  $\beta$  et de  $\mu$ , la solution symétrique intérieure n'existe que pour des  $\gamma$  inférieurs à un certain seuil  $\bar{\gamma}$ . Par exemple, pour  $(\beta; \delta; \mu) = (0, 5; 0, 2; 2)$ ,  $\bar{\gamma} \in ]0, 5, 0, 6]$  (cf. tableau 1-1); pour  $(\beta; \delta; \mu) = (0, 7; 0, 3; 3)$ ,  $\bar{\gamma} \in ]0, 4, 0, 5]$  (cf. tableau 1-2) et pour  $(\beta; \delta; \mu) = (0, 9; 0, 3; 5)$ ,  $\bar{\gamma} \in ]0, 6, 0, 7]$  (cf. tableau 1-3).

Tableau 1-1.

$(\beta; \delta)$	$(0, 5; 0, 1)$				$(0, 5; 0, 2)$				$(0, 5; 0, 3)$			
$\mu$	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
$(\gamma)$												
0,0	0,210	0,127	0,091	0,071	0,198	0,121	0,087	0,068	0,188	0,115	0,083	0,065
0,1	0,303	0,187	0,137	0,109	0,269	0,168	0,124	0,099	0,238	0,149	0,109	0,087
0,2	0,400	0,249	0,184	0,148	0,343	0,216	0,160	0,129	0,290	0,183	0,135	0,108
0,3	0,499	0,313	0,232	0,187	0,421	0,265	0,198	0,159	.	0,218	0,162	0,130
0,4	0,601	0,377	0,281	0,226	0,502	0,317	0,236	0,191	.	0,254	0,189	0,152
0,5	0,705	0,444	0,330	0,267	0,586	0,370	0,276	0,223	.	.	0,217	0,174
0,6	0,812	0,511	0,381	0,308	.	0,425	0,317	0,256	.	.	.	0,198
0,7	0,920	0,579	0,432	0,349	.	0,482	0,359	0,290	.	.	.	.
0,8	1,029	0,648	0,484	0,392	.	0,540	0,403	0,326	.	.	.	.
0,9	1,140	0,719	0,536	0,434	.	.	0,447	0,362	.	.	.	.
1,0	1,252	0,789	0,590	0,477	.	.	0,493	0,398	.	.	.	.

Tableau 1-2.

$(\beta; \delta)$	$(0, 7; 0, 1)$				$(0, 7; 0, 2)$				$(0, 7; 0, 3)$			
$\mu$	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
$(\gamma)$												
0,0	0,256	0,150	0,106	0,082	0,237	0,140	0,100	0,077	0,219	0,132	0,094	0,073
0,1	0,411	0,245	0,177	0,140	0,351	0,212	0,154	0,122	0,298	0,182	0,132	0,105
0,2	0,575	0,344	0,250	0,199	0,474	0,287	0,210	0,167	0,383	0,234	0,171	0,136
0,3	0,744	0,447	0,325	0,259	0,605	0,367	0,268	0,214	.	0,289	0,211	0,168
0,4	0,919	0,553	0,403	0,321	0,744	0,451	0,330	0,263	.	0,348	0,254	0,203
0,5	1,098	0,661	0,482	0,385	0,890	0,539	0,394	0,315	.	.	0,300	0,238
0,6	1,281	0,771	0,563	0,449	1,043	0,630	0,461	0,368	.	.	.	0,276
0,7	1,467	0,883	0,645	0,515	1,201	0,725	0,530	0,423	.	.	.	.
0,8	1,656	0,997	0,728	0,582	1,364	0,822	0,601	0,479	.	.	.	.
0,9	1,847	1,112	0,813	0,649	1,532	0,923	0,674	0,538	.	.	.	.
1,0	2,040	1,129	0,898	0,718	1,704	1,020	0,749	0,597	.	.	.	.

Tableau 1-3.

$(\beta; \delta)$	$(0, 9; 0, 1)$				$(0, 9; 0, 2)$				$(0, 9; 0, 3)$			
$\mu$	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
$(\gamma)$												
0,0	0,316	0,177	0,122	0,094	0,284	0,163	0,114	0,088	0,256	0,150	0,106	0,082
0,1	0,557	0,316	0,223	0,174	0,456	0,264	0,189	0,148	0,372	0,219	0,157	0,124
0,2	0,815	0,464	0,329	0,258	0,647	0,375	0,268	0,211	0,501	0,294	0,212	0,167
0,3	1,085	0,617	0,439	0,345	0,854	0,494	0,353	0,279	0,645	0,377	0,270	0,213
0,4	1,363	0,776	0,552	0,434	1,076	0,620	0,444	0,350	.	0,466	0,333	0,262
0,5	1,649	0,939	0,669	0,526	1,309	0,753	0,538	0,424	.	0,562	0,400	0,314
0,6	1,941	1,105	0,787	0,619	1,553	0,892	0,637	0,502	.	.	0,472	0,370
0,7	2,238	1,274	0,908	0,714	1,807	1,036	0,740	0,582	.	.	.	.
0,8	2,540	1,446	1,030	0,811	2,070	1,185	0,846	0,665	.	.	.	.
0,9	2,845	1,620	1,154	0,909	2,341	1,339	0,955	0,751	.	.	.	.
1,0	3,155	1,796	1,280	1,008	2,619	1,497	1,067	0,839	.	.	.	.

## B. Preuve de la proposition 4

On analyse ici la variation de la valeur seuil  $\bar{\gamma}$  pour tout  $\beta$  et  $\delta > \bar{\delta}$  donné. Les tableaux (2-1), (2-2), (2-3) et (2-4) ci-dessous montrent qu'il existe un seuil  $\bar{\gamma}$  au dessus duquel on n'a plus de solution symétrique au problème de maximisation (14) avec  $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}(\mu)$  et  $\frac{\partial \bar{\gamma}(\mu)}{\partial \mu} > 0$ . Autrement dit, le paramètre  $\mu$  repousse vers le haut la valeur seuil  $\bar{\gamma}$ . Par exemple, pour tout  $(\beta; \delta) = (0, 5; 0, 2)$ , si  $\mu = 2$ ,  $\bar{\gamma} \in ]0, 5, 0, 6]$  alors que si  $\mu = 3$ ,  $\bar{\gamma} \in ]0, 8, 0, 9]$  (cf. tableau 2-1).

Tableau 2-1. valeurs de  $x^*(\gamma, \mu)$  étant donné  $\beta = 0, 5$  et  $\delta = 0, 2 > \bar{\delta}$

$\mu$	$\gamma$										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
2	0,198	0,269	0,343	0,421	0,502	0,586	.	.	.	.	.
3	0,121	0,168	0,216	0,265	0,317	0,370	0,425	0,482	0,540	.	.
4	0,087	0,124	0,160	0,198	0,236	0,276	0,317	0,359	0,403	0,447	0,493
5	0,068	0,099	0,129	0,159	0,191	0,223	0,256	0,290	0,326	0,326	0,398

Tableau 2-2. valeurs de  $x^*(\gamma, \mu)$  étant donné  $\beta = 0, 5$  et  $\delta = 0, 3 > \bar{\delta}$

$\mu$	$\gamma$										
	0,0	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
2	0,188	0,238	0,290	.	.	.	.	.	.	.	.
3	0,115	0,149	0,183	0,218	0,254	.	.	.	.	.	.
4	0,083	0,109	0,135	0,162	0,189	0,217	.	.	.	.	.
5	0,065	0,087	0,108	0,130	0,152	0,174	0,198	.	.	.	.

Tableau 2-3. valeurs de  $x^*(\gamma, \mu)$  étant donné  $\beta = 0, 7$  et  $\delta = 0, 3 > \bar{\delta}$

$\mu$	$\gamma$										
	0,0	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
2	0,219	0,298	0,383	.	.	.	.	.	.	.	.
3	0,132	0,182	0,234	0,289	0,348	.	.	.	.	.	.
4	0,094	0,132	0,171	0,211	0,254	0,300	.	.	.	.	.
5	0,073	0,105	0,136	0,168	0,203	0,238	0,276	.	.	.	.

Tableau 2-4. valeurs de  $x^*(\gamma, \mu)$  étant donné  $\beta = 0, 9$  et  $\delta = 0, 3 > \bar{\delta}$

$\mu$	$\gamma$										
	0,0	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
2	0,256	0,372	0,501	0,645	.	.	.	.	.	.	.
3	0,150	0,219	0,294	0,377	0,466	0,562	.	.	.	.	.
4	0,106	0,157	0,212	0,270	0,333	0,400	0,472	.	.	.	.
5	0,082	0,124	0,167	0,213	0,262	0,314	0,370	.	.	.	.

## C. Preuve de la proposition 5

### C1. Preuve de la proposition 5*i*

On montre à travers les tableaux de simulation (3-1) à (3-9) ci-dessous l'incitation à innover des firmes augmente avec l'émergence du pôle et que cet effet incitatif du pôle s'accroît avec le niveau de partage d'information  $\beta$  entre les firmes qui coopèrent en R&D, étant donnés les paramètres  $\delta$  et  $\mu$ . En d'autres termes,  $\frac{\Delta x^*(\gamma)}{\Delta \gamma} > 0$  et  $\frac{\Delta^2 x^*(\gamma, \beta)}{\Delta \gamma \Delta \beta} = \frac{\Delta^2 x^*(\gamma, \beta)}{\Delta \beta \Delta \gamma} > 0$

Tableau 3-1. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0, 1$  et  $\mu = 3$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,1	3	0,5	0,1	0,187	-	-
0,1	3	0,5	0,2	0,249	0,62	-
0,1	3	0,5	0,3	0,313	0,64	-
0,1	3	0,5	0,4	0,377	0,64	-
0,1	3	0,5	0,5	0,444	0,67	-
0,1	3	0,5	0,6	0,511	0,67	-
0,1	3	0,7	0,1	0,245	-	-
0,1	3	0,7	0,2	0,344	0,99	1,85
0,1	3	0,7	0,3	0,447	1,03	1,95
0,1	3	0,7	0,4	0,553	1,06	2,10
0,1	3	0,7	0,5	0,661	1,08	2,05
0,1	3	0,7	0,6	0,771	1,10	2,15
0,1	3	0,9	0,1	0,316	-	-
0,1	3	0,9	0,2	0,464	1,48	1,45
0,1	3	0,9	0,3	0,617	1,53	2,50
0,1	3	0,9	0,4	0,776	1,59	2,65
0,1	3	0,9	0,5	0,939	1,63	2,75
0,1	3	0,9	0,6	1,105	1,66	2,60

Tableau 3-2. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,1$  et  $\mu = 4$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,1	4	0,5	0,1	0,137	-	-
0,1	4	0,5	0,2	0,184	0,47	-
0,1	4	0,5	0,3	0,232	0,48	-
0,1	4	0,5	0,4	0,281	0,49	-
0,1	4	0,5	0,5	0,330	0,49	-
0,1	4	0,5	0,6	0,381	0,51	-
0,1	4	0,7	0,1	0,177	-	-
0,1	4	0,7	0,2	0,250	0,73	1,30
0,1	4	0,7	0,3	0,325	0,75	1,35
0,1	4	0,7	0,4	0,403	0,78	1,45
0,1	4	0,7	0,5	0,482	0,79	1,50
0,1	4	0,7	0,6	0,563	0,81	1,50
0,1	4	0,9	0,1	0,233	-	-
0,1	4	0,9	0,2	0,329	0,96	1,15
0,1	4	0,9	0,3	0,439	1,10	1,75
0,1	4	0,9	0,4	0,552	1,13	1,75
0,1	4	0,9	0,5	0,669	1,17	1,90
0,1	4	0,9	0,6	0,787	1,18	1,85

Tableau 3-3 Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,1$  et  $\mu = 5$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,1	5	0,5	0,1	0,109	-	-
0,1	5	0,5	0,2	0,148	0,39	-
0,1	5	0,5	0,3	0,187	0,39	-
0,1	5	0,5	0,4	0,226	0,39	-
0,1	5	0,5	0,5	0,267	0,41	-
0,1	5	0,5	0,6	0,308	0,41	-
0,1	5	0,7	0,1	0,140	-	-
0,1	5	0,7	0,2	0,199	0,59	1,00
0,1	5	0,7	0,3	0,259	0,60	1,05
0,1	5	0,7	0,4	0,321	0,62	1,15
0,1	5	0,7	0,5	0,385	0,64	1,15
0,1	5	0,7	0,6	0,449	0,64	1,15
0,1	5	0,9	0,1	0,174	-	-
0,1	5	0,9	0,2	0,258	0,84	1,25
0,1	5	0,9	0,3	0,345	0,87	1,35
0,1	5	0,9	0,4	0,434	0,89	1,35
0,1	5	0,9	0,5	0,526	0,92	1,40
0,1	5	0,9	0,6	0,619	0,93	1,45

Tableau 3-4. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,2$  et  $\mu = 3$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,2	3	0,5	0,1	0,168	-	-
0,2	3	0,5	0,2	0,216	0,48	-
0,2	3	0,5	0,3	0,265	0,49	-
0,2	3	0,5	0,4	0,317	0,52	-
0,2	3	0,5	0,5	0,370	0,53	-
0,2	3	0,5	0,6	0,425	0,55	-
0,2	3	0,7	0,1	0,212	-	-
0,2	3	0,7	0,2	0,287	0,75	1,35
0,2	3	0,7	0,3	0,367	0,80	1,55
0,2	3	0,7	0,4	0,451	0,84	1,60
0,2	3	0,7	0,5	0,539	0,88	1,75
0,2	3	0,7	0,6	0,630	0,91	1,80
0,2	3	0,9	0,1	0,264	-	-
0,2	3	0,9	0,2	0,375	1,11	1,80
0,2	3	0,9	0,3	0,494	1,19	1,95
0,2	3	0,9	0,4	0,620	1,26	2,10
0,2	3	0,9	0,5	0,753	1,33	2,25
0,2	3	0,9	0,6	0,892	1,39	2,40

Tableau 3-5. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,2$  et  $\mu = 4$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,2	4	0,5	0,1	0,124	-	-
0,2	4	0,5	0,2	0,160	0,36	-
0,2	4	0,5	0,3	0,198	0,38	-
0,2	4	0,5	0,4	0,236	0,38	-
0,2	4	0,5	0,5	0,267	0,40	-
0,2	4	0,5	0,6	0,317	0,41	-
0,2	4	0,7	0,1	0,154	-	-
0,2	4	0,7	0,2	0,210	0,56	1,00
0,2	4	0,7	0,3	0,268	0,58	1,00
0,2	4	0,7	0,4	0,330	0,62	1,20
0,2	4	0,7	0,5	0,394	0,64	1,20
0,2	4	0,7	0,6	0,461	0,67	1,30
0,2	4	0,9	0,1	0,189	-	-
0,2	4	0,9	0,2	0,268	0,79	1,15
0,2	4	0,9	0,3	0,353	0,85	1,35
0,2	4	0,9	0,4	0,444	0,91	1,45
0,2	4	0,9	0,5	0,538	0,94	1,50
0,2	4	0,9	0,6	0,637	0,99	1,60



Tableau 3-6. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,2$  et  $\mu = 5$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,2	5	0,5	0,1	0,099	-	-
0,2	5	0,5	0,2	0,129	0,30	-
0,2	5	0,5	0,3	0,159	0,30	-
0,2	5	0,5	0,4	0,191	0,32	-
0,2	5	0,5	0,5	0,223	0,32	-
0,2	5	0,5	0,6	0,256	0,33	-
0,2	5	0,7	0,1	0,122	-	-
0,2	5	0,7	0,2	0,167	0,45	0,75
0,2	5	0,7	0,3	0,214	0,47	0,85
0,2	5	0,7	0,4	0,263	0,49	0,85
0,2	5	0,7	0,5	0,315	0,52	1,00
0,2	5	0,7	0,6	0,368	0,53	1,00
0,2	5	0,9	0,1	0,148	-	-
0,2	5	0,9	0,2	0,211	0,63	0,90
0,2	5	0,9	0,3	0,279	0,68	1,05
0,2	5	0,9	0,4	0,350	0,71	1,10
0,2	5	0,9	0,5	0,424	0,74	1,10
0,2	5	0,9	0,6	0,502	0,78	1,25

Tableau 3-7. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,2$  et  $\mu = 3$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,3	3	0,5	0,1	0,149	-	-
0,3	3	0,5	0,2	0,183	0,34	-
0,3	3	0,5	0,3	0,218	0,35	-
0,3	3	0,5	0,4	0,254	0,36	-
0,3	3	0,5	0,5	.	-	-
0,3	3	0,5	0,6	.	-	-
0,3	3	0,7	0,1	0,182	-	-
0,3	3	0,7	0,2	0,234	0,52	0,90
0,3	3	0,7	0,3	0,289	0,55	1,00
0,3	3	0,7	0,4	0,348	0,59	1,15
0,3	3	0,7	0,5	.	-	-
0,3	3	0,7	0,6	.	-	-
0,3	3	0,9	0,1	0,219	-	-
0,3	3	0,9	0,2	0,294	0,75	1,15
0,3	3	0,9	0,3	0,377	0,83	1,40
0,3	3	0,9	0,4	0,466	0,89	1,50
0,3	3	0,9	0,5	0,562	0,96	-
0,3	3	0,9	0,6	.	-	-

Tableau 3-8. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,3$  et  $\mu = 4$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,3	4	0,5	0,1	0,109	-	-
0,3	4	0,5	0,2	0,135	0,26	-
0,3	4	0,5	0,3	0,162	0,27	-
0,3	4	0,5	0,4	0,189	0,27	-
0,3	4	0,5	0,5	0,217	0,28	-
0,3	4	0,5	0,6	.	-	-
0,3	4	0,7	0,1	0,132	-	-
0,3	4	0,7	0,2	0,171	0,39	0,65
0,3	4	0,7	0,3	0,211	0,40	0,65
0,3	4	0,7	0,4	0,254	0,43	0,80
0,3	4	0,7	0,5	0,300	0,46	0,90
0,3	4	0,7	0,6	.	-	-
0,3	4	0,9	0,1	0,157	-	-
0,3	4	0,9	0,2	0,212	0,55	0,80
0,3	4	0,9	0,3	0,270	0,58	0,90
0,3	4	0,9	0,4	0,333	0,63	1,00
0,3	4	0,9	0,5	0,400	0,67	1,05
0,3	4	0,9	0,6	0,472	0,27	-

Tableau 3-9. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\beta$  (pour  $\delta = 0,3$  et  $\mu = 5$ )

$\delta$	$\mu$	$\beta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \beta}$
0,3	5	0,5	0,1	0,087	-	-
0,3	5	0,5	0,2	0,108	0,21	-
0,3	5	0,5	0,3	0,130	0,22	-
0,3	5	0,5	0,4	0,152	0,22	-
0,3	5	0,5	0,5	0,174	0,22	-
0,3	5	0,5	0,6	0,198	0,24	-
0,3	5	0,7	0,1	0,105	-	-
0,3	5	0,7	0,2	0,136	0,31	0,50
0,3	5	0,7	0,3	0,168	0,32	0,50
0,3	5	0,7	0,4	0,203	0,35	0,65
0,3	5	0,7	0,5	0,238	0,35	0,65
0,3	5	0,7	0,6	0,276	0,38	0,70
0,3	5	0,9	0,1	0,124	-	-
0,3	5	0,9	0,2	0,167	0,43	0,60
0,3	5	0,9	0,3	0,213	0,46	0,70
0,3	5	0,9	0,4	0,262	0,49	0,70
0,3	5	0,9	0,5	0,314	0,52	0,85
0,3	5	0,9	0,6	0,370	0,56	0,90

## C2. Preuve de la proposition 5ii

Les tableaux de simulation (3-10) à (3-18) ci-dessous montrent que l'effet incitatif des pôles à l'innovation décroît avec le niveau de difficulté des firmes dans l'absorption des connaissances extérieures. Ainsi, pour tout  $\beta$  et  $\mu$  donnés,  $\frac{\Delta^2 x^*(\gamma, \delta)}{\Delta\gamma\Delta\delta} = \frac{\Delta^2 x^*(\gamma, \delta)}{\Delta\delta\Delta\gamma} < 0$

Tableau Tableau 3-10. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,5$  et  $\mu = 3$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta\gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta\gamma\Delta\delta}$
0,5	3	0,1	0,1	0,187	-	-
0,5	3	0,1	0,2	0,249	0,62	-
0,5	3	0,1	0,3	0,313	0,64	-
0,5	3	0,1	0,4	0,377	0,64	-
0,5	3	0,1	0,5	0,444	0,67	-
0,5	3	0,1	0,6	0,511	0,67	-
0,5	3	0,2	0,1	0,168	-	-
0,5	3	0,2	0,2	0,216	0,48	-1,4
0,5	3	0,2	0,3	0,265	0,49	-1,4
0,5	3	0,2	0,4	0,317	0,52	-1,2
0,5	3	0,2	0,5	0,370	0,53	-1,4
0,5	3	0,2	0,6	0,425	0,55	-1,2
0,5	3	0,3	0,1	0,149	-	-
0,5	3	0,3	0,2	0,183	0,34	-1,4
0,5	3	0,3	0,3	0,218	0,35	-1,4
0,5	3	0,3	0,4	0,254	0,36	-1,6
0,5	3	0,3	0,5	.	-	-
0,5	3	0,3	0,6	.	-	-

Tableau 3-11. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,5$  et  $\mu = 4$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,5	4	0,1	0,1	0,137	-	-
0,5	4	0,1	0,2	0,184	0,47	-
0,5	4	0,1	0,3	0,232	0,48	-
0,5	4	0,1	0,4	0,281	0,49	-
0,5	4	0,1	0,5	0,330	0,49	-
0,5	4	0,1	0,6	0,381	0,51	-
0,5	4	0,2	0,1	0,124	-	-
0,5	4	0,2	0,2	0,160	0,36	-1,1
0,5	4	0,2	0,3	0,198	0,38	-1,0
0,5	4	0,2	0,4	0,236	0,38	-1,1
0,5	4	0,2	0,5	0,267	0,40	-0,9
0,5	4	0,2	0,6	0,317	0,41	-1,0
0,5	4	0,3	0,1	0,109	-	-
0,5	4	0,3	0,2	0,135	0,26	-1,0
0,5	4	0,3	0,3	0,162	0,27	-1,1
0,5	4	0,3	0,4	0,189	0,27	-1,1
0,5	4	0,3	0,5	0,217	0,28	-
0,5	4	0,3	0,6	.	-	-

Tableau 3-12. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,5$  et  $\mu = 5$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,5	5	0,1	0,1	0,109	-	-
0,5	5	0,1	0,2	0,148	0,39	-
0,5	5	0,1	0,3	0,187	0,39	-
0,5	5	0,1	0,4	0,226	0,39	-
0,5	5	0,1	0,5	0,267	0,41	-
0,5	5	0,1	0,6	0,308	0,41	-
0,5	5	0,2	0,1	0,099	-	-
0,5	5	0,2	0,2	0,129	0,30	-0,9
0,5	5	0,2	0,3	0,159	0,30	-0,9
0,5	5	0,2	0,4	0,191	0,32	-0,7
0,5	5	0,2	0,5	0,223	0,32	-0,9
0,5	5	0,2	0,6	0,256	0,33	-0,8
0,5	5	0,3	0,1	0,087	-	-
0,5	5	0,3	0,2	0,108	0,21	-0,9
0,5	5	0,3	0,3	0,130	0,22	-0,8
0,5	5	0,3	0,4	0,152	0,22	-1,0
0,5	5	0,3	0,5	0,174	0,22	-1,0
0,5	5	0,3	0,6	0,198	0,24	-0,9

Tableau 3-13. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,7$  et  $\mu = 3$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,7	3	0,1	0,1	0,245	-	-
0,7	3	0,1	0,2	0,344	0,99	-
0,7	3	0,1	0,3	0,447	1,03	-
0,7	3	0,1	0,4	0,553	1,06	-
0,7	3	0,1	0,5	0,661	1,08	-
0,7	3	0,1	0,6	0,771	1,10	-
0,7	3	0,2	0,1	0,212	-	-
0,7	3	0,2	0,2	0,287	0,75	-2,4
0,7	3	0,2	0,3	0,367	0,80	-2,3
0,7	3	0,2	0,4	0,451	0,84	-2,2
0,7	3	0,2	0,5	0,539	0,88	-2,0
0,7	3	0,2	0,6	0,630	0,91	-1,9
0,7	3	0,3	0,1	0,182	-	-
0,7	3	0,3	0,2	0,234	0,52	-2,3
0,7	3	0,3	0,3	0,289	0,55	-2,5
0,7	3	0,3	0,4	0,348	0,59	-2,5
0,7	3	0,3	0,5	.	-	-
0,7	3	0,3	0,6	.	-	-

Tableau 3-14. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,7$  et  $\mu = 4$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,7	4	0,1	0,1	0,177	-	-
0,7	4	0,1	0,2	0,250	0,73	-
0,7	4	0,1	0,3	0,325	0,75	-
0,7	4	0,1	0,4	0,403	0,78	-
0,7	4	0,1	0,5	0,482	0,79	-
0,7	4	0,1	0,6	0,563	0,81	-
0,7	4	0,2	0,1	0,154	-	-
0,7	4	0,2	0,2	0,210	0,56	-1,7
0,7	4	0,2	0,3	0,268	0,58	-1,7
0,7	4	0,2	0,4	0,330	0,62	-1,6
0,7	4	0,2	0,5	0,394	0,64	-1,5
0,7	4	0,2	0,6	0,461	0,67	-1,4
0,7	4	0,3	0,1	0,132	-	-
0,7	4	0,3	0,2	0,171	0,39	-1,7
0,7	4	0,3	0,3	0,211	0,40	-1,8
0,7	4	0,3	0,4	0,254	0,43	-1,9
0,7	4	0,3	0,5	0,300	0,46	-1,8
0,7	4	0,3	0,6	.	-	-

Tableau 3-15. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,7$  et  $\mu = 5$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,7	5	0,1	0,1	0,140	-	-
0,7	5	0,1	0,2	0,199	0,59	-
0,7	5	0,1	0,3	0,259	0,60	-
0,7	5	0,1	0,4	0,321	0,62	-
0,7	5	0,1	0,5	0,385	0,64	-
0,7	5	0,1	0,6	0,449	0,64	-
0,7	5	0,2	0,1	0,122	-	-
0,7	5	0,2	0,2	0,167	0,45	-1,4
0,7	5	0,2	0,3	0,214	0,47	-1,3
0,7	5	0,2	0,4	0,263	0,49	-1,3
0,7	5	0,2	0,5	0,315	0,52	-1,2
0,7	5	0,2	0,6	0,368	0,53	-1,1
0,7	5	0,3	0,1	0,105	-	-
0,7	5	0,3	0,2	0,136	0,31	-1,4
0,7	5	0,3	0,3	0,168	0,32	-1,5
0,7	5	0,3	0,4	0,203	0,35	-1,4
0,7	5	0,3	0,5	0,238	0,35	-1,7
0,7	5	0,3	0,6	0,276	0,38	-1,5

Tableau 3-16. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,9$  et  $\mu = 3$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,9	3	0,1	0,1	0,316	-	-
0,9	3	0,1	0,2	0,464	1,48	-
0,9	3	0,1	0,3	0,617	1,53	-
0,9	3	0,1	0,4	0,776	1,59	-
0,9	3	0,1	0,5	0,939	1,63	-
0,9	3	0,1	0,6	1,105	1,66	-
0,9	3	0,2	0,1	0,264	-	-
0,9	3	0,2	0,2	0,375	1,11	-3,7
0,9	3	0,2	0,3	0,494	1,19	-3,4
0,9	3	0,2	0,4	0,620	1,26	-3,3
0,9	3	0,2	0,5	0,753	1,33	-3,0
0,9	3	0,2	0,6	0,892	1,39	-2,7
0,9	3	0,3	0,1	0,219	-	-
0,9	3	0,3	0,2	0,294	0,75	-3,6
0,9	3	0,3	0,3	0,377	0,83	-3,6
0,9	3	0,3	0,4	0,466	0,89	-3,7
0,9	3	0,3	0,5	0,562	0,96	-3,7
0,9	3	0,3	0,6	.	-	-

Tableau 3-17. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,9$  et  $\mu = 4$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,9	4	0,1	0,1	0,223	-	-
0,9	4	0,1	0,2	0,329	0,96	-
0,9	4	0,1	0,3	0,439	1,10	-
0,9	4	0,1	0,4	0,552	1,13	-
0,9	4	0,1	0,5	0,669	1,17	-
0,9	4	0,1	0,6	0,787	1,18	-
0,9	4	0,2	0,1	0,189	-	-
0,9	4	0,2	0,2	0,268	0,79	-1,7
0,9	4	0,2	0,3	0,353	0,85	-2,5
0,9	4	0,2	0,4	0,444	0,91	-2,2
0,9	4	0,2	0,5	0,538	0,94	-2,3
0,9	4	0,2	0,6	0,637	0,99	-1,9
0,9	4	0,3	0,1	0,157	-	-
0,9	4	0,3	0,2	0,212	0,55	-2,4
0,9	4	0,3	0,3	0,270	0,58	-2,7
0,9	4	0,3	0,4	0,333	0,63	-2,8
0,9	4	0,3	0,5	0,400	0,67	-2,7
0,9	4	0,3	0,6	0,472	0,72	-2,7

Tableau 3-18. Effet incitatif du pôle en fonction de  $\delta$  (pour  $\beta = 0,9$  et  $\mu = 5$ )

$\beta$	$\mu$	$\delta$	$\gamma$	$x^*$	$\frac{\Delta x^*}{\Delta \gamma}$	$\frac{\Delta^2 x^*}{\Delta \gamma \Delta \delta}$
0,9	5	0,1	0,1	0,174	-	-
0,9	5	0,1	0,2	0,258	0,84	-
0,9	5	0,1	0,3	0,345	0,87	-
0,9	5	0,1	0,4	0,434	0,89	-
0,9	5	0,1	0,5	0,526	0,92	-
0,9	5	0,1	0,6	0,619	0,93	-
0,9	5	0,2	0,1	0,148	-	-
0,9	5	0,2	0,2	0,211	0,63	-2,1
0,9	5	0,2	0,3	0,279	0,68	-1,9
0,9	5	0,2	0,4	0,350	0,71	-1,8
0,9	5	0,2	0,5	0,424	0,74	-1,8
0,9	5	0,2	0,6	0,502	0,78	-1,5
0,9	5	0,3	0,1	0,124	-	-
0,9	5	0,3	0,2	0,167	0,43	-2,0
0,9	5	0,3	0,3	0,213	0,46	-2,2
0,9	5	0,3	0,4	0,262	0,49	-2,2
0,9	5	0,3	0,5	0,314	0,52	-2,2
0,9	5	0,3	0,6	0,370	0,56	-2,2

## D. Preuve de la proposition 7

Tableau 4-1.

$(\beta; \delta; \mu)$	$(0, 5; 0, 1; 3)$		$(0, 5; 0, 2; 4)$		$(0, 5; 0, 3; 5)$	
$\gamma$	$x^P$	$\tilde{x}$	$x^P$	$\tilde{x}$	$x^P$	$\tilde{x}$
0,2	0,249	0,586	0,160	0,343	0,108	0,223
0,4	0,377	0,879	0,236	0,502	0,152	0,310
0,6	0,511	1,186	0,317	0,674	0,198	0,406
0,8	0,648	1,503	0,403	0,857	.	-

Tableau 4-2.

$(\beta; \delta; \mu)$	$(0, 7; 0, 1; 4)$		$(0, 7; 0, 2; 5)$		$(0, 7; 0, 3; 5)$	
$\gamma$	$x^P$	$\tilde{x}$	$x^P$	$\tilde{x}$	$x^P$	$\tilde{x}$
0,2	0,250	0,575	0,167	0,356	0,136	0,289
0,4	0,403	0,919	0,263	0,559	0,203	0,432
0,6	0,563	1,281	0,368	0,782	0,276	0,594
0,8	0,728	1,656	0,479	1,021	.	-

Tableau 4-3.

$(\beta; \delta; \mu)$	$(0, 9; 0, 1; 5)$		$(0, 9; 0, 2; 2)$		$(0, 9; 0, 3; 4)$	
$\gamma$	$x^P$	$\tilde{x}$	$x^P$	$\tilde{x}$	$x^P$	$\tilde{x}$
0,2	0,258	0,589	0,647	2,712	0,212	0,501
0,4	0,434	0,985	1,076	4,665	0,333	0,804
0,6	0,619	1,402	1,553	6,858	0,472	1,159
0,8	0,811	1,834	2,070	9,237	.	-



## Références

- ACS, Z. J., AUDRETSCH, D. B. et FELDMAN, M. P. (1994). R&D spillovers and innovative activity. *Managerial and Decision Economics*, 15(2):131–138.
- ALMEIDA, P. et KOGUT, B. (1999). Localization of knowledge and the mobility of engineers in regional networks. *Management Science*, 45(7):905–917.
- ARROW, K. (1962). Economic welfare and the allocation of resources for invention. *In The Rate and Direction of Inventive Activity : Economic and Social Factors*, NBER Chapters, pages 609–626. National Bureau of Economic Research, Inc.
- AUDRETSCH, D. B. et FELDMAN, M. P. (1996). R&D spillovers and the geography of innovation and production. *American Economic Review*, 86(3):630–40.
- AUDRETSCH, D. B. et FELDMAN, M. P. (2004). Knowledge spillovers and the geography of innovation. *In HENDERSON, J. V. et THISSE, J. F., éditeurs : Handbook of Regional and Urban Economics*, volume 4 de *Handbook of Regional and Urban Economics*, chapitre 61, pages 2713–2739. Elsevier.
- AUDRETSCH, D. B. et VIVARELLI, M. (1994). Small firms and R&D spillovers : Evidence from italy. *Revue d'Économie Industrielle*, 67(1):225–237.
- BAPTISTA, R. (1996). Research round up : industrial clusters and technological innovation. *Business Strategy Review*, 7(2):59–64.
- BLANC, C. (2004). Pour un écosystème de la croissance. Rapport au premier ministre, Assemblée Nationale.
- COHEN, W. M. et LEVINTHAL, D. A. (1989). Innovation and learning : the two faces of R&D. *Economic Journal*, 99:569–596.
- COHEN, W. M. et LEVINTHAL, D. A. (1990). Absorptive capacity : A new perspective on learning and innovation. *Administrative Science Quarterly*, 35(1):128–152.
- COMBS, K. L. (1992). Cost sharing vs. multiple research projects in cooperative R&D. *Economics Letters*, 39(3):353–357.
- DASGUPTA, P. et STIGLITZ, J. (1980). Industrial structure and the nature of innovative activity. *Economic Journal*, 90(358):266–93.
- D'ASPREMONT, C. et JACQUEMIN, A. (1988). Cooperative and noncooperative R&D in duopoly with spillovers. *American Economic Review*, 78(5):1133–37.

- D'ASPREMONT, C. et JACQUEMIN, A. (1990). Cooperative and noncooperative R&D in duopoly with spillovers : Erratum. *American Economic Review*, 80(3): 641–42.
- DE BONDT, R. (1997). Spillovers and innovative activities. *International Journal of Industrial Organization*, 15(1):1–28.
- DURANTON, G. et PUGA, D. (2004). Micro-foundations of urban agglomeration economies. In HENDERSON, J. V. et THISSE, J. F., éditeurs : *Handbook of Regional and Urban Economics*, volume 4 de *Handbook of Regional and Urban Economics*, chapitre 48, pages 2063–2117. Elsevier.
- FELDMAN, M. . P. et FLORIDA, R. (1994). The geographic sources of innovation : technological infrastructure and product innovation in the united states. *Annals of the Association of American Geographers*, 84:210–229.
- FUDENBERG, D. et TIROLE, J. (1991). *Game Theory*. The MIT Press.
- FUJITA, M., KRUGMAN, P. et VENABLES, A. J. (2001). *The spatial economy : cities, regions, and international trade*. MIT Press.
- JAFFE, A. B. (1989). Real effects of academic research. *American Economic Review*, 79(5):957–70.
- JAFFE, A. B., TRAJTENBERG, M. et HENDERSON, R. (1993). Geographic localization of knowledge spillovers as evidenced by patent citations. *The Quarterly Journal of Economics*, 108(3):577–98.
- KAMIEN, M., MULLER, E. et ZANG, I. (1992). Research joint ventures and R&D cartels. *American Economic Review*, 82(5):1293–1306.
- KAMIEN, M. et ZANG, I. (2000). Meet me halfway : research joint ventures and absorptive capacity. *International Journal of Industrial Organization*, 18:995–1012.
- KATZ, M. L. (1986). An analysis of cooperative research and development. *Rand Journal of Economics*, 17:527–543.
- KLINE, S. J. et ROSENBERG, N. (1986). An overview of innovation. In LANDAU et ROSENBERG, éditeurs : *The positive Sum Strategy : Harnessing Technology for Economic Growth*, pages 275–305. National Academic Press.
- KRUGMAN, P. (1991). Increasing returns and economic geography. *Journal of Political Economy*, 99(3):483–99.

- LEAHY, D. et NEARY, J. P. (2007). Absorptive capacity, R&D spillovers, and public policy. *International Journal of Industrial Organization*, 25:1089–1108.
- LEE, T. et WILDE, L. L. (1979). Market structure and innovation : A reformulation. *The Quarterly Journal of Economics*, 94(2):429–436.
- LOURY, G. C. (1979). Market structure and innovation. *The Quarterly Journal of Economics*, 93(3):395–410.
- MARSHALL, A. (1920). *Principles of economics*. MacMillan.
- MATT, M. (2000). Diversité exogène des entreprises et justification économique d’une politique d’incitation à la coopération en r&d. *Économie & prévision*, 145(4):117–130.
- MIYAGIWA, K. et OHNO, Y. (2002). Uncertainty, spillovers, and cooperative R&D. *International Journal of Industrial Organization*, 20(6):855–876.
- PORTER, M. (1990). *The competitive advantage of nations*. New York : Free Press.
- PORTER, M. (2000). Location, competition, and economic development : local clusters in global economy. *Economic Development Quarterly*, 14(1):15–34.
- SCITOVSKY, T. (1954). Two concepts of external economies. *Journal of Political Economy*, 62.
- SUZUMURA, K. (1992). Cooperative and noncooperative R&D in an oligopoly with spillovers. *American Economic Review*, 82(5):1307–1320.
- TIROLE, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. The MIT Press.
- WIETHAUS, L. (2005). Absorptive capacity and connectedness : Why competing firms also adopt identical r&d approaches. *International Journal of Industrial Organization*, 23(5-6):467–481.